Univerzita Karlova v Praze

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

Kultivace prostorové představivosti žáků mladšího školního věku užitím třech průmětů – různé přístupy v českém a dánském školství

Fostering of spatial imagination of students using three projections - different approaches in Czech and Danish Education

Autor: Barbora Petráková

Vedoucí práce: Mgr. Jaroslava Kloboučková

Praha, 2014

NÁZEV:

Kultivace prostorové představivosti žáků mladšího školního věku užitím třech průmětů – různé přístupy v českém a dánském školství

ABSTRAKT:

Tato práce se zabývá zmapováním koncepcí výuky geometrie ve vybraných českých a dánských učebnicích matematiky a možnostmi cíleného rozvoje prostorové představivosti žáků na 1. stupni základní školy. Dále jsou na příkladu vybrané třídy ze základní školy v Praze zkoumány možnosti využití metody tří průmětů při výuce geometrie na 1. stupni a její vliv na rozvoj prostorové představivosti u žáků tohoto věku. V dané třídě byly vedeny rozhovory mapující nejen úroveň rozvoje prostorové představivosti, ale právě i schopnosti žáků pracovat se zobrazením těles pomocí tří průmětů.

KLÍČOVÁ SLOVA:

žák mladšího školního věku, prostorová představivost, tři průměty, koncepce výuky geometrie

TITLE:

Fostering of spatial imagination of students using three projections - different approaches in Czech and Danish Education

SUMMARY:

This master thesis is focused on description of different conception of teaching geometry in chosen czech and danish mathematics textbooks and on the possibilities of fostering the spatial imagination at elementary school. On example of one particular class from an elementary school in Prague, we will take an inside view of the advantages and disadvantages of using three projection in mathematics education and its influence on development of spatial imagination. In this class, a diagnostic interview was taken to determine the level of spatial imagination development and in order to find out, how these children can work with three projections.

KEY WORDS:

pupils of primary school age, spatial imagination, three projections, conceptions of geometry teaching

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma "Kultivace prostorové představivosti žáků mladšího školního věku užitím třech přístupů – různé přístupy v českém a dánském školství" pod vedením Mgr. J. Kloboučkové vypracovala samostatně a všechny použité prameny jsem uvedla v seznamu literatury. Tato práce nebyla použita k získání jiného nebo stejného titulu.

Praha, 10. března 2014

....

Podpis

Poděkování

Děkuji Mgr. J. Kloboučkové za odborné vedení této práce a za cenné rady a věcné připomínky.

Obsah

Teoretická část.....8
1. Úvod.....9
2. Osobnost žáka mladšího školního věku.....11
2.1 Psychologické pojetí osobnosti.....11
2. 2 Osobnost žáka mladšího a středního školního věku.....14
3. Schopnosti a dovednosti osobnosti.....17
3.1 Vznik a vývoj schopností.....17
3. 2 Dělení schopností.....18
4. Matematické schopnosti člověka a žáka mladšího školního věku.....19
4.1 Faktorová analýza matematických schopností.....21
4.2 Vývoj myšlení dle J. Piageta.....23
4.3 Vývoj chápání geometrických pojmů.....24
5. Prostorová představivost a prostorová inteligence.....26
5.1 Prostorová představivost.....27
5.2 Prostorová inteligence.....30
6. Prostorové vnímání.....34
6.1 Zrakové vnímání.....34
6.2 Prostorové vnímání.....35
Praktická část.....37
7. Rozbor českých učebnic matematiky z pohledu budování prostorové představivosti ve výuce.....38
7.1 Učebnice matematiky z nakladatelství Alter.....38
7.2 Učebnice matematiky z SPN – pedagogického nakladatelství.....44
7.3 Učebnice matematiky z nakladatelství Prodos.....47
7.4 Učebnice matematiky z nakladatelství Fraus.....51
7.5 Závěr.....56
8. Analýza dánských učebnic matematiky z hlediska rozvoje prostorové představivost.....57
8.1 Koncepce dánského školského systému.....57
8.2 Postavení geometrie v hodinách matematiky v dánském školním systému 59
8. 3 Úlohy z prostorové geometrie ve vybraných dánských učebnicích.....62

8.4 Závěr....74
9. Kazuistika jedné třídy FZŠ Táborská....76
1. ročník....76
2. ročník....85
10. Popis vlastní experimentální výuky....88
10. 1 Výuka s celou třídou....88
11.2 Práce s jednotlivci....91
12. Závěr....100
Bibliografie....102
Přílohy....106
Příloha 1. - Příprava hodiny 10. dubna 2013....107
Příloha 2: Příprava hodiny 4. října 2013....108
Příloha 3: Příprava hodiny 11. října 2013....109
Příloha 4: Úlohy užité v experimentálních rozhovorech....111
Příloha 6: Přehled témat učiva geometrie u vybraných řad učebnic....120
Příloha 7. - Přehled dánského vzdělávacího systému....124
Obrazová příloha....125

Teoretická část

1. Úvod

Když jsem si vybírala zaměření své diplomové práce, ani na chvilku jsem neváhala nad tím, že to bude práce z oboru didaktiky matematiky. K matematice jsem měla vždy blízko a velmi mě bavila zejména geometrie. Nakonec jsem jako téma své práce zvolila rozvoj prostorové představivosti žáků na 1. stupni, protože dobrá prostorová představivost je v současném světě stále důležitější schopností. Již před více než dvaceti lety psala doc. Jirotková že "současná doba s vysokou úrovní rozvoje techniky a v poslední době i počítačů tak vyžaduje vysokou úroveň rozvoje prostorové představivosti" (Jirotková, 1990). Od té doby se náš každodenní život změnil – technika a počítače nás obklopují mnohem více a náš život si bez nich již nedovedeme představit.

Ovšem tak, jak je potřebná prostorová představivost v moderním životě, pro člověka žijícího v době dávno minulé byla tato schopnost doslova otázkou života a smrti. Jak píše Gardner ve své knize Dimenze myšlení, pro člověka žijícího v kočovných tlupách bylo důležité, aby měl perfektně vyvinutou prostorovou orientaci, jinak mu při jeho cestách za potravou hrozilo, že zabloudí. Dnes už nám sice toto nebezpečí nehrozí, což ovšem neznamená, že bychom se bez dobře rozvinuté prostorové orientace a představivosti obešli.

Tuto schopnost využíváme všichni ve svém každodenním životě – ať již koordinujeme své pohyby při uchopování různých předmětů nebo balíme svá zavazadla na dovolenou. Je proto nutné tuto dovednost cíleně rozvíjet již u nejmladších žáků a to v celém výchovně vzdělávacím procesu. Přesto jsme v současném vzdělávacím procesu často svědky toho, že geometrie je "nazírána odděleně od dalších matematických disciplín. (...) Bariéru mezi geometrií a ostatními matematickými disciplínami podporují i kurikula základní školy a následně i mnohé učebnice tím, že geometrii zřetelně oddělují od aritmetiky či algebry" (Jirotková, 2010, s. 28). Nejenže je geometrie více či méně oddělena od ostatního učiva, ba dokonce jen malé procento učiva věnovaného geometrii se zabývá cíleným rozvojem prostorové představivosti u žáků.

Cílem této práce tedy je zmapovat koncepci výuky geometrie u některých z nejrozšířenějších učebnic matematiky v České republice s důrazem na úlohy věnované cílenému rozvoji prostorové představivosti. Vzhledem k tomuto hledisku se podrobněji zabývám úlohami v prostoru a také úlohami, kde se žáci zabývají zobrazováním těles pomocí tří průmětů. Právě tato zobrazovací metoda může být pro žáky přínosná a vzhledem k jejímu uplatnění i v běžném životě je vhodné s ní žáky seznámit.

Kromě analýzy českých učebnic jsem se zabývala také studiem některých dánských učebnic matematiky. Mým cílem není tyto přístupy nějak porovnávat nebo hodnotit, nechávám na čtenáři, ať si vytvoří vlastní názor. Mým cílem bylo spíše zmapovat výuku geometrie v jiném historickém a společenském kontextu a případně najít inspirativní momenty pro výuku na českých školách.

Vlastním těžištěm práce však bylo pozorování výuky v jedné ze tříd FZŠ Táborská a vedení individuálních rozhovorů v této třídě. Zde bylo mým cílem zjistit, jak u dětí může být využita metoda tří průmětů k rozvoji prostorové představivosti.

2. Osobnost žáka mladšího školního věku

2.1 Psychologické pojetí osobnosti

Psychologické pojetí osobnosti není jednotné a různí psychologové ho vnímají různě, stejně tak odlišně k němu přistupují různé směry. Pro další porozumění textu je však nutné si tento pojem vymezit. Společnými rysy těchto definic je mimo jiné vnímání osobnosti jako organizovaný jednotný celek, která je jedinečná a navenek se projevuje chováním. V psychologickém pojetí je osobností každý jedinec a každá osobnost je neopakovatelnou individualitou.

Dle M. Nakonečného je osobností "každý od té doby, kdy jeho psychika začne vykazovat specificky lidskou formu fungování."(Nakonečný, 1995) a osobnost definuje jako organizovaný, dynamický a interindividuálně odlišný celek psychofyzických dispozic, determinující průběh a projevy psychických procesů. (Nakonečný, 1995). Důležitým projevem osobnosti je chování – tento výraz zahrnuje procesy jako myšlení, emoce, rozhodování a také sociální interakci (Drapela, 2011). Právě tento jev je pozorovatelný okolím, a tedy i zkoumatelný.

Jan Čáp (2001) shrnuje pojem osobnost takto: "Osobnost je obecně člověk z psychologického hlediska, s jeho biologickými, sociálními a psychologickými aspekty, s jeho obecnými zákony učení a vývoje, obecnými vztahy mezi schopnostmi a zájmy, temperamentem a charakterem." Zároveň ale připomíná, že osobnost je "zároveň určitý člověk, individuum odlišné od ostatních ve vlastnostech, zkušenostech, životním běhu."

Hartl a Hartlová (1937) považují za osobnost celek duševního života člověka, jehož nejvlastnějším znakem je jedinečnost a odlišnost od všech ostatních. Dle nich vypracoval Allport (1937, in Hartl, Hartlová) padesát rozdílných definic osobnosti, kterou považuje za dynamickou organizaci psychofyzických systémů v jedinci, která určuje jeho adaptaci na prostředí a jeho charakteristické způsoby chování a prožívání. Naproti tomu H.J.Eysenck považuje osobnost za poměrně stálou jednotu charakteru, temperamentu, intelektu a těla.

V knize "Psychologie osobnosti – předmět v pohybu" autor upozorňuje, že slovo osobnost má v psychologii tři významy. Ten první je velmi podobný tomu, jak slovo osobnost vnímáme z běžné řeči – zde je osobností jedinec nějak vynikající, v tomto významu má pojem osobnost především hodnotící význam, ale jak autor říká, pokud má být psychologie objektivní vědou, musí se hodnotících pojmů vzdát. Další význam tohoto slova znamená osobitost a také odlišnost jedince od jiných jedinců. Posledním významem je pak pojem osobnost jako struktura celku psychiky – osobnost je člověk jako celek po stránce duševní.

Autoři zabývající se teoriemi osobnosti se shodují v tom, že každá osobnost je jedinečná a má určité vlastnosti, které charakterizují její chování v každodenním životě. Jednou z novějších teorií zabývající se vlastnostmi osobnosti je teorie MBTI. V českém prostředí je dostupná např. kniha Šárky Mikové a Jiřiny Stang (2010), kde autorky přehledně vysvětlují různé typy osobností. Typologii MBTI vyvinuly v 50. letech 20. století na základě Jungových teorií Isabel Briggs Myersová a její matka Katharine. Jejich snahou bylo přiblížit teoretické poznatky každodennímu životu a tak vznikl dotazník – nástroj pro diagnostiku typů, dnes známý pod zkratkou MBTI (Myers-Briggs Type Indicator).

"Podle Junga se veškerá naše vědomá mentální aktivita skládá ze dvou složek – procesu příjmu informací (na co zaměřujeme svou pozornost) a procesu rozhodování (co bereme v úvahu, když se rozhodujeme)." (Miková, Stang, 2010, str. 15) Jak autorky dále píší, informace můžeme přijímat buď pomocí smyslů nebo intuice, rozhodování pak probíhá na základě myšlení nebo cítění. Každý z nás v jisté míře používá všechny tyto čtyři nástroje, každý z nás ale upřednostňuje jiný z těchto mentálních nástrojů. Kromě těchto psychických funkcí zavedl Jung do psychologie osobnosti ještě dva pojmy – extraverze a introverze, které se týkají orientace naší energie – tedy energie obrácená navenek nebo dovnitř. Jungovu typologii obohatili Myersová a Briggsová o čtvrtou dimenzi – usuzování nebo vnímání, tedy zda je pro nás příjemnější plánovité a strukturované prostředí (a tedy preferujeme usuzování) nebo zda nám více vyhovuje prostředí spíše nahodilé, nabízející otevřené možnosti (a jsme tedy typ upřednostňující spíše vnímání).

Podívejme se nyní blíže na jednotlivé tyto dimenze. Jak již bylo řečeno výše, každý z nás disponuje všemi nástroji, rozdíl je v tom, které jsou mu přirozenější a tedy jejichž používání preferuje. To samé platí i pro dimenzi extraverze a introverze. Každý z nás se někdy obrací ven, aby mohl fungovat ve vnějším světě a stejně tak se každý z nás čas od času obrací do sebe, aby reflektoval vlastní jednání. "Preference pro extraverzi a introverzi je nám totiž podobně jako preference pro pravo- či levorukost vrozená. (...) a tak jako pravák může používat k většině činností i ruku levou (ovšek stojí ho to více času a úsilí a výsledek nemusí být tak kvalitní), i introvert se může, resp. musí projevovat extravertně, protože mu to pomáhá fungovat ve vnějším světě." (Miková, Stang, 2010, str. 17)

Rozdíly mezi lidmi způsobují i různé způsoby přijímání informací – lidé, kteří upřednostňují smyslové vnímání důvěřují více konkrétním a pozorovatelným faktům. Naopak lidé více využívající intuici preferují významy, vztahy a možnosti. Ať už jsme informace přijali pomocí smyslů nebo intuice, můžeme je zpracovat dvojím způsobem – pomocí myšlení nebo cítění. Nesmí nás zmást, že jeden pól této dimenze je nazván cítění. I člověk, který preferuje cítění, se rozhoduje racionálně, neznamená to, že je jeho rozhodování řízeno emocemi, jen dává přednost jinému nástroji. Lidé rozhodující se na základě myšlení věří, že "nejlepší rozhodnutí mohou učinit tehdy, podaří-li se jim odstranit osobní zájmy a pohledy na danou věc." (Miková, Stang, 2010, s. 28). Snaží se tedy rozhodovat se nezaujatě a hledat objektivní pravdu. Naopak rozhodování lidí, kteří preferují cítění působí osobnějším dojmem, jejich snahou je do procesu rozhodování zahrnout potřeby, zájmy a názory ostatních lidí, jejich zájmem je udržovat harmonii ve vztazích.

I Z. Helus (2009) zastává názor, že osobností je každý člověk, že každý se jako osobnost vyvíjí. Autor ve své knize zmiňuje osobnostní kvality, které tvoří osobnostní desatero, patří mezi ně základní vlastnosti, zaměřenost, začleněnost, gender, potenciality, sebepojetí, autoregulace, přesah, integrovaní celistvost a životní cesta. Jeho pojetí je tedy trochu odlišné od výše uvedených autorů, ale základní charakteristiky nepopírá, spíše je rozvádí.

2. 2 Osobnost žáka mladšího a středního školního věku

Zajímavou definici pojmu dítě a dětství ve své knize "Dítě v osobnostním pojetí|" nabízí Z. Helus. Dle něj jsou dvě možnosti, jak toto období vymezit. První z nich je formální vymezení tohoto období věkem. Období dětství začíná narozením člověka, jeho konec je pak ohraničen počátkem dospívání. Druhou možností, jak toto období definovat, je vymezení pojmu na základě specifických kvalit. Autor pro období dětství vymezuje celkem čtyři kvality – otevřené prožívání, odkázanost dítěte na jiné osoby, směřování a bohatství rozvojových možností.

Pro dítě je nepochybně nejdůležitějším sociálním mezníkem vstup do školy. Dle Vágnerové (2005) "dítě v této souvislosti získává novou roli, stává se školákem. Doba, kdy tuto roli získá, je přesně časově určena a jako společensky významný akt ritualizována. Dítě projde rituálem zápisu a prvního slavnostmího dne ve škole, který potvrzuje jednoznačnost sociální proměny a počátek nové životní fáze. Když jde poprvé do školy, tak ví, že od této chvíle je školákem, že se něco podstatného změnilo."Dobu školní docházky dělí někteří psychologové do kratších úseků. Období prvního stupně pak odpovídá podle Vágnerové (2005) mladší a střední školní věk, starší školní věk pak tvoří období docházky na druhý stupeň základní školy. Největším úkolem dítěte po vstupu do školy je zvládnutí změny sociálního postavení a osvojení si základů vzdělanosti, období středního školního věku je dobou relativního klidu a pohody, které může být někdy narušeno jen např. tlaky z vrstevnické skupiny.

Langmaier (2006) charakterizuje dítě mladšího školního věku jako na realitu zaměřenou osobnost. Žák tohoto věku chce pochopit okolní svět a věci v něm. Matějček (in Langmaier, 2006) popisuje tyto děti jako hravé, stále milující pohádky. Jsou také schopny soustředit se na jednu věc jen poměrně krátkou dobu. Stejně jako Vágnerová, i Z. Matějček považuje střední školní věk za stabilnější a vyhraněnější než mladší školní věk a starší školní věk, kdy už můžeme sledovat pomalé změny, značící nastupující období dospívání.

Vývoj schopností je závislý nejen na tělesném růstu, ale také na vyzrávání nervové soustavy. U dítěte tohoto věku se zlepšuje hrubá i jemná motorika, což umožňuje zahájit výuku psaní. Pro výuku čtení je naopak důležitý vývoj zrakového vnímání. Jak píše Vágnerová (2005), toto zlepšené vidění na blízko je vývojově podmíněné. Schopnost ovládat akomodaci čočky se v dětství mění, a tak předškolní děti dovedou zaostřovat lépe na dálku než na blízko. Zaostřování na blízko je pro děti namáhavé a vyžaduje také více pozornosti, proto je tato činnost pro malé školáky ještě poměrně vyčerpávající a je to také důvodem, proč u těchto činností žáci nevydrží příliš dlouho.

V tomto věku se také mění kvalita vnímání, která je ovlivněna zkušeností. Langmaier (2006) říká, že vnímání je složitý psychický akt, jehož se účastní všechny složky osobnosti – postoje, očekávání, soustředěnost, vytrvalost, ale také zájem a schopnosti. U dětí tohoto věku se vnímání stává více cílevědomým aktem – můžeme již hovořit o pozorování. Zlepšuje se konstantnost vnímání, tj. schopnost rozlišit a identifikovat určitý tvar bez ohledu na jeho polohu, případně pozadí, či překrytí. "Školsky zralé děti jsou schopné vnímat celek jako soubor částí, mezi nimiž jsou nějaké vztahy. To znamená, že dovedou rozložit celek na části a identifikovat jednotlivé detaily, např. najít v komplexním obrázku různé geometrické tvary, nebo písmena ve slově." (Vágnerová, 2005)

Důležitý je rozvoj vizuální diferenciace, tedy schopnosti rozpoznat rozdíly mezi vnímanými objekty. Vágnerová (2005) píše, že schopnost rozpoznat rozdíly vertikální polohy je vývojově primární a zvládají ji již děti předškolního věku, kdežto schopnost rozpoznat rozdíl horizontální polohy (směřování detailů napravo či nalevo) je mnohem obtížnější a zvládnou ji často až mladší školáci. Vývoj této schopnosti závisí na rychlosti zrání pravé mozkové hemisféry, k níž dochází právě ve věku 6 – 7 let. Dostatečný vývoj v této oblasti je podmínkou úspěšného zvládnutí výuku čtení a psaní.

Pro výuku nejen matematiky je důležitý rozvoj schopnosti správně vnímat pořadí, tedy vizuální sekvenční percepce, která závisí na zralosti příslušných částí mozku (zejména kůry čelního a temenního laloku). Nesmíme opomenout ani na rozvoj percepční strategie, která se rozvíjí právě u dětí tohoto věku. Na rozdíl od předškolních dětí, které nemají ve svém poznávání žádný systém, jsou mladší školáci schopni systematické explorace. Míru efektivity zrakové percepce ovlivňuje také koordinace očních pohybů, která dozrává právě okolo 6. roku. Zvládnutí koordinace pohybu očí po vnímaném objektu je jednou ze známek školské zralosti.

V tomto věku se nerozvíjí jen smyslové vnímání, dle Langmaiera (2006) dosahuje překvapivého vrcholu také představivost a stabilnější je také krátkodobá a dlouhodobá paměť. Dítě v tomto věku také chápe vztahy mezi různými ději, ale zatím jen na zcela názorné rovině. Pokud si může vyvolat paměťové stopy dřívějších vjemů, je dítě schopno řešit některé problémy jen v mysli. Vágnerová (2005) také popisuje rozvoj myšlení u dětí tohoto věku. To se projevuje používáním strategií uvažování, které se řídí základními zákony logiky a respektuje vlastnosti poznávané reality. Děti opouštějí prelogické myšlení, které je ovládané pocity, potřebami a fantazií. I ona souhlasí s tím, že myšlení malého školáka je vázáno na realitu, byť je dítě schopno uvažovat o něčem reálném, co zná, i když objekt úvah není aktuálně přítomen. Žáci se zaměřují na poznání skutečného světa a při tomto poznávání dávají přednost činnostem, kdy se mohou přesvědčit o pravdivosti tvrzeného. Zatím tyto konkrétní zkušenosti nedokážou zobecnit.

J. Píaget toto období nazývá fází konkrétních logických operací. Kolem sedmi let děti začínají byt schopny provádět logické operace bez dřívějších závislostí na viděné podobě, ale stále je toto uvažování vázáno na věci a jevy, které si lze názorně představit, mají tedy vazbu na reálný svět. Formálního vyvozování soudů je dítě schopno teprve na počátku dospívání. Jak píše Vágnerová, dle Piageta jsou významnými charakteristikami tohoto období schopnost decentrace, konzervace a reverzibility. Decentrace znamená, že dítě je schopné posuzovat skutečnost z více hledisek a také brát v úvahu různé souvislosti a vztahy. Mladší školák je již schopen vzít v úvahu více hledisek a neulpívá tedy na jedné dimenzi situace. Naproti tomu konzervace je vědomí trvalosti určitých objektů. Dítě již chápe trvalost podstaty objektu, i když se změní vnější vzhled. Reverzibila je pak vědomí vratnosti různých proměn a myšlenkových operací.

Z anatomického hlediska jsou podle Příhody (1963) proporce těla ještě "dětské"

– to znamená, že poměr hlavy k délce těla je 1:6 (u dospělého je to 1:8), čelo je velké a vyklenuté, kdežto obličej je malý. Krk má dítě tohoto věku útlý a slabý, naproti tomu trup je velký. Šestileté dítě dosahuje dvou třetin výšky dospělého, ale jen třetiny jeho váhy.

3. Schopnosti a dovednosti osobnosti

Schopnosti a dovednosti tvoří součást lidské osobnosti, jsou jejími vlastnostmi. Mezi další vlastnosti osobnosti patří charakter, temperament a zájmy. V dalším textu se budu soustředit jen na schopnosti. Většina psychologů má stejný názor na to, co schopnosti jsou. Velký psychologický slovník schopnosti definuje jako úroveň, na jaké člověk dokáže vykonávat určité činnosti. Čáp (2001) ve své "Psychologii pro učitele" vymezuje schopnosti jako vlastnosti, které umožňují člověku naučit se určitým činnostem a dobře je vykonávat. P. Říčan (2007) poukazuje na to, že pojem schopnost má v psychologii dva významy – jeden je shodný z výše uvedenými (tedy schopnost jako potencialita, možnost nebo učenlivost pro různé schopnosti), druhý význam označuje již dosaženou úroveň některých psychických funkcí.

3.1 Vznik a vývoj schopností

Dle Molnára (2009) existují v psychologii dva přístupy ke vzniku schopností. Nativisté se domnívají, že schopnosti jsou zcela určeny geneticky a osobnost a prostředí se na jejich dalším rozvoji aktivně nepodílí, naproti empiristé zastávají názor, že schopnosti nejsou závislé na vrozených dispozicích a při jejich formování se projevuje pouze vliv prostředí, vylučují tedy jakýkoli vliv dědičnosti. Vlivem dědičnosti na rozvoj schopností se zabývá také Říčan (2007), který k tomu říká: "Ve všech psychických a individuálních rozdílech hraje roli jak dědičnost, tak prostředí. (...) Mezi vlivy prostředí, jež ovlivňují rozvoj inteligence a dalších schopností, je třeba zdůraznit kromě rozdílů v intelektuální podnětnosti výchovy také biologické faktory, rozdíly v životosprávě matek během těhotenství, rozdíly ve zdravotní péči a všeobecných životních podmínkách. (...) Dědivost žádné vlastnosti není nějaké absolutní hodnota, závisí na výběru osob, s nimiž pracujeme, na jejich věku, společenské třídě i celé společnosti." (s. 85)

"Stále více autorů se kloní k tomu, že schopnosti vznikají na bázi vloh, které jsou zadány geneticky a prenatálními vlivy jako zděděné a vrozené, avšak obohacující prostředí ovlivňuje nejen tempo, ale i vzrůst úrovně schopností, a deprivující prostředí naopak rozvoj schopností brzdí. (Smékal, 2009, s. 300) Jeho slova potvrzuje i Velký psychologický slovník, který upřesňuje pojem vloha. Zde se říká, že vloha má velmi široký rozsah, takže ze stejného základu se mohou vyvinout různé schopnosti. Kromě pojmu vloha, jako vrozené biologické dispozice pro rozvoj schopnosti se můžeme ještě setkat s pojmem nadání. To většina autorů charakterizuje jako mimořádně velké vlohy (M. Nakonečný, 1995), Velký psychologický slovník k tomu dodává ještě pojem talent, který kromě vysokého rozvoje schopností odráží i další vlastnosti osobnosti, zejména vytrvalost, zaujatost a aspirace. I Čáp (2001) vnímá vlohy jako biologický a vrozený předpoklad pro rozvinutí schopností. Dodává, že "schopnosti nepovažujeme za vrozené, že to jsou vlastnosti rozvinuté na podkladě vrozených vloh v průběhu jedincova vývoje, učením a činností, v závislosti na společenských podmínkách, včetně výchovy a vyučování. Zatím však vlohy nedokážeme zcela adekvátně zjišťovat, zjišťujeme již více nebo méně rozvinuté schopnosti." (s. 152)

3. 2 Dělení schopností

V odborné literatuře se setkáme s různým dělením schopností. Většina autorů shodně vyděluje jako obecnou schopnost inteligenci, jejíž definice ale opět není zcela jednotná. Velký psychologický slovník (Hartl, Hartlová, 2010) ji definuje jako schopnost vyznat se v nové situaci, ve které nevystačíme se zkušeností a zejména tehdy, když je potřeba vykonat abstraktní operace. Čáp ji vnímá jako "soubor kognitivních (poznávacích) schopností, účastnících se poznávání, učení a řešení problémů." (Čáp, 2001, s. 153) Rozlišuje se obecná inteligence a speciální intelektové schopnosti. Zajímavým pojednáním o inteligenci je Gardnerova kniha "Dimenze myšlení", kde vymezuje celkem šest různých druhů inteligence, mezi nimi i inteligenci logicko-matematickou a prostorovou, které jsou zvláště významné pro tuto práci. Těmto druhům inteligence se budu více věnovat v kapitole 5.

Kromě inteligence jako jakési obecné schopnosti vymezují psychologové často ještě schopnost kreativity, tvůrčího myšlení. Dle Čápa (2001) se jedná o "soubor vlastností osobnosti, které umožňují tvůrčí činnost, tvůrčí řešení problémů. Přitom tvůrčí činnost se zpravidla vymezuje jako taková činnost, jejímž výsledkem je něco nového. Tvůrčí řešení problému je takové, kdy se nevystačilo se známámi schématy řešení, ale bylo nutno najít nový způsob řešení." (Čáp, 2001, s. 153)

Kromě těchto obecných schopností řada autorů vymezuje další, zvláštní schopnosti. Rozdíl mezi nimi vysvětluje M. Nakonečný takto – obecné schopnosti se uplatňují ve více druzích činnosti, zvláštní jen v činnostech určitého druhu. Navíc ještě uvádí percepční schopnosti, které se týkají funkční způsobilosti smyslových orgánů. Čáp (2001) rozděluje schopnosti na verbální, numerické, prostorové, pamětní, percepční, umělecké, sportovní a sociální. Prostorové schopnosti definuje jako schopnosti prostorových představ a názorného řešení problému. Autoři Velkého psychologického slovníku schopnosti rozdělili na smyslové, v nichž se projevuje výkonnost smyslového vnímání, kognitivní, neboli rozumové, které jsou založeny na vyšších psychických funkcích jako je myšlení, paměť, pozornost a představivost a na senzomotorické, v nichž se projevuje spojení smyslů a motoriky. Smékal (2009) pak dělí nejen schopnosti, ale i vlohy. Vlohy dělí na zvláštní vlohy pro abstrakci, vlohy senzorické a vlohy motorické. Na základě těchto obecných vloh se mohou dle prostředí a dalších vnějších podmínek vyvinout různé schopnosti.

4. Matematické schopnosti člověka a žáka mladšího školního věku

Matematickým schopnostem, jejich klasifikaci a vývoji je v odborné literatuře věnováno poměrně málo pozornosti. Protože se mi nepodařilo najít novější zdroje, odvolávám se v této kapitole na zjištění L. Košče v jeho publikaci "Psychológia matematických schopností" (1972) a na pojednání P. Říčana "Matematické schopnosti" uveřejněném v časopise "Pokroky matematiky, fyziky a astronomie" v roce 1964.

Dle Košče tvoří matematické schopnosti složitý komplex různých schopností do určité míry na sobě závislých, ale u každého jedince tvořících variabilní a relativně stabilní strukturu. Podíl jednotlivých složek je determinovaný vnějšími vlivy (např. školní výukou), ale zároveň upozorňuje, že část těchto schopností je již zakódována v genetické výbavě.

Pavel Říčan však ve své stati píše, že rozhodně nejde o "mechanické hromadění dovedností bez ladu a skladu. ... Matematické schopnosti se rozvíjejí tím lépe, čím účelněji je uspořádáno osvojování jednotlivých dovedností od nejjednodušších po nejsložitější, od těch, které se opírají o názor, až k nejabstraktnějším operacím" (Říčan, 1964, s. 365). Výstavbu matematické schopnosti považuje za složitou výstavbu, při jejímž vytváření dochází jak ke kvantitativnímu nárůstu dílčích i komplexních dovedností, tak i k jejich kvalitativním změnám a seskupováním těchto dovedností do hierarchicky uspořádaných systémů. Výuka matematiky by toto postupné utváření dovedností měla respektovat se zvláštním zřetelem na to, že u dětí ještě dozrávají některé potřebné vlohy.

Dále upozorňuje, že získání některých těchto dovedností není možno dobře přímo navodit, naučit jim, ale že vznikají přirozeně v samostatné činnosti, jejich navozování je tedy možné spíše nepřímo v dobře řízené samostatné činnosti. Patří sem zejména intelektové dovednosti, které se uplatňují při řešení úkolů vyžadujících samostatný úsudek nebo např. formulaci problému. Z výše řečeného vyplývá, že u dětí je nutno budovat návyk samostatného myšlení a podporovat a prohlubovat potřebu samostatného myšlení, protože samostatná činnost má pro vytváření obecnějších dovedností klíčový význam.

Co ovšem vede odborníky k názoru, že nějaké speciální matematické schopnosti existují? Na tuto otázku odpovídá Košč takto: "Nejvážnější důkaz takto chápané relativní nezávislosti je však výskyt speciálních poruch matematických schopností bez současné poruchy všeobecných rozumových schopností (např. po úrazech mozku)" (Košč, 1972, s. 101). Ale nejen výskyt specifických poruch učení v matematice (dyskalkulie) nás vede k tomu, že existují speciální matematické schopnosti. Na druhé straně se můžeme setkat s lidmi, které v matematických úkolech vykazují nadprůměrné výsledky, jejich všeobecná rozumová schopnost je však průměrná, či dokonce podprůměrná. Tyto varianty bychom nedokázali vysvětlit, pokud bychom tvrdili, že výkony v oblasti matematiky beze zbytku závisí na úrovni všeobecných rozumových schopností.

J. Molnár (2009) o matematických schopnostech říká, že patří mezi symbolické mozkové funkce s přesnou lokalizací v mozku. Matematické schopnosti řadí mezi všeobecné rozumové schopnosti, které ovšem mají některé specifické vlastnosti, např. rozvíjejí se do jisté míry nezávisle a tvoří objektivně dané kulturní dědictví, které je potřeba si osvojovat a rozvíjet systematicky v souladu s úrovní a strukturou rozumových schopností každého jedince.

I P. Říčan (1964) říká, že matematické schopnosti jsou souhrnný pojem pro řadu dílčích schopností. Podle něj se na chápání výkladu silně podílí verbální faktor, faktory prostorové představivosti jsou zase důležité v geometrii. Numerický faktor umožňuje rychlé a přesné provádění výpočtů. I v matematice se uplatňuje obecný intelektový faktor. Autor mimo jiné píše, že "obsah pojmu „matematické schopnosti" není možno přesně vymezit. Jde o vlastnosti, které jsou podmínkou úspěšného studia a uplatňování matematiky. Avšak samo studium matematiky představuje dlouhý proces. Tento proces začíná seznámením s pojmem kvantity a s jinými základními pojmy, pokračuje zvládáním základních početních výkonů v prvních letech školní výuky, dále rozvíjením matematického úsudku a osvojováním dalších, stále složitějších a abstraktnějších pojmů a operací, jak to určuje současný systém výuky algebře a geometrii. Postup na této historicky vzniklé cestě vyžaduje v každém stadiu poněkud jiné psychické předpoklady. Proto sám pojem matematických schopností má různý obsah pro různý věk a různá stadia výuky" (Říčan, 1964, s. 367)

4.1 Faktorová analýza matematických schopností

Jednou z teorií o matematických schopnostech je faktorová analýza. V této práci vyjdu z faktorové analýzy tak, jak ji popsat L. Košč (1972). Ten ve své knize píše, že v matematické schopnosti je třeba rozlišovat alespoň tyto základní složky: numerický faktor, který se uplatňuje v manipulaci s číselnými daty a je nezbytný pro rychlé a přesné vykonávání výpočtů; prostorový faktor, který je důležitý nejen v geometrii, ale také v aritmetice např. při správném hodnocení číslic v pozičním zápise; verbální faktor, který se uplatňuje při řešení slovně formulovaných úloh; dále faktor usuzování, který má hlavní podíl na počítání zpaměti a nakonec faktor všeobecné inteligence, který tvoří pozadí všech matematických úkonů a který velmi úzce souvisí s faktorem usuzování.

V dalším textu pak autor píše, že faktorová analýza dokázala existenci společného faktoru pro aritmetiku a algebru, který se odlišuje od faktoru pro geometrii. Je tedy vhodné pokládat matematický faktor za sice jednotný, ale přitom komplexní, který se skládá z více různých podfaktorů, které tvoří individuálně variabilní strukturu. S existencí těchto dvou faktorů (společného faktoru pro geometrii a společného faktoru pro aritmetiku a algebru) souvisí dva základní druhy matematicky nadaných jedinců, jak o nich píše J. Molnár (2009). Prvním typem jsou jedinci analyticky nebo explicitně myslící, kteří pracují pomalu a mají blíže k sluchově-pohybovému a verbálnímu typu chápání. Tyto jedinci bývají obvykle introverti a jsou úspěšnější v algebře a matematické analýze. Naproti tomu druhý typ, jedinci s převahou syntetického a intuitivního myšlení, kteří pracují rychle a obykle jsou chudí ve slovní představivosti. Tito jedinci také častěji patří k typům zrakovým a pohybovým a jsou lepší v geometrii a trigonometrii a i v negeometrických úlohách upřednostňují geometrické formulace a postupy.

Kromě těchto dvou společných faktorů existují ještě další, více specializovanější faktory, jak o nich L. Košč píše na straně 116. Vymezuje celkem šest faktorů, z nichž většinu tvoří ještě další faktory, které však autor blíže nespecifikuje. Všeobecný matematický faktor zajišťuje úspěšné řešení matematických úloh nejrůznějšího druhu. Existence tohoto faktoru dokazuje, že je jakýsi společný jmenovatel při řešení úloh z různých oblastí matematiky, přestože se tento faktor neuplatňuje ve všech oblastech matematiky stejnou měrou.

V některých výzkumech se ale jako závažnější, než všeobecný matematický faktor ukázaly numerické faktory, které se uplatňují především při řešení úloh, které vyžadují manipulaci se speciálně aritmetickým znakovým systémem. Při řešení slovně zadaných úloh se uplatňují slovní faktory, které se odlišují od verbálního faktoru, který tvoří složku všeobecných rozumových schopností. Proč jsou tyto faktory důležité uvidíme, když si uvědomíme, že nejen v historickém, ale i v psychickém vývoji každého jedince předchází stadium verbální numerace stadiu notace. Dalším z faktorů jsou faktory usuzování, které nám umožňují pochopit složitější problémy a jsou základem pro schopnost manipulovat s abstraktními pojmy a symboly. Školské faktory pak odrážejí fakt, že čím je dítě starší, tím více závisí úroveň jeho matematických schopností na vědomostech získaných ve škole.

Posledním faktorem jsou vizuálně-percepční neboli prostorové faktory. Ty jsou zejména důležité pro účel této práce, proto se jim budu věnovat trochu podrobněji. Tyto faktory se týkají schopnosti orientovat se ve zrakově vnímaném prostoru a manipulovat se skutečným nebo nějak znázorněným materiálem ve zrakovém poli. Tento faktor se významně podílí nejen na správném řešení úloh v oblasti geometrie, ale uplatňuje se také v aritmetice, zejména při čtení a psaní vícemístných čísel a při písemném vykonávání aritmetických operací. L. Košč považuje za důkaz toho, že tento faktor má ve struktuře matematických schopností zvláštní místo je dle něj to, že některé typy lidí dávají přednost prostorově-vizuální manipulaci s matematickým materiálem. Dále říká, že dle Thurstona a Thurstona (1941, in Košč, 1972) je třeba rozlišovat alespoň dva druhy prostorového faktoru. Jeden se týká zrakového postihování tvarových seskupení a druhý se týká postihování pohybu v rámci těchto seskupení. Molnár (2009) ve své publikaci odkazuje na slova V. A. Krutěckého, který upozorňuje, že matematicky nadaní žáci často mimo jiné disponují i výjimečnou schopností orientovat se v prostoru.

4.2 Vývoj myšlení dle J. Piageta

J. Piaget nijak zvlášť neodlišuje matematické myšlení, jeho charakteristika vývoje matematického myšlení je tedy zároveň také charakteristikou vývoje myšlení vůbec. Protože ale z této teorie mnoho odborníků do dnešní doby vychází, považuji za vhodné ji na tomto místě alespoň ve stručnosti připomenout.

J. Piaget rozdělil vývoj myšlení do 4 stadií. První, senzomotorické stadium, trvá od narození do zhruba dvou let. V této fázi převažuje u dítěte motorická činnost, přičemž manipulace s předměty probíhá na základě metody pokus – omyl. V některých činnostech již můžeme pozorovat počátky inteligentního chování. Senzomotorické stadium vystřídá zhruba ve věku dvou let předoperační stadium, které trvá asi pět let, tedy zhruba do sedmi let věku dítěte. V tomto stadiu nastupuje vývoj řeči a dozrávají symbolické funkce, které umožňují učení. Toto stadium je rozděleno na dvě kratší období – zhruba do 4 let je to období vývoje symbolického myšlení, od 4 do 7 let pak vývoj názorného myšlení, jehož postupné členění vede k počátku operací.

Žák prvního stupně se nachází nejčastěji ve stadiu konkrétních operací. Žáci tohoto věku jsou schopni provádět operace týkající se předmětů, se kterými se dá manipulovat a které si můžeme názorně představit. Od činnosti se liší operace zejména tím, že je zvnitřněná a zvratná. To, že je něco zvnitřněno v tomto kontextu znamená zejména to, že dítě nemusí úkol řešit metodou pokus – omyl, ale může tento pokus a omyl učinit jen ve své mysli. Zatím se dítě není schopné zaobírat možnostmi, se kterými nemá zkušenost, ale je schopno pochopit již mnoho základních pojmů z matematiky, např. chápe, že celek je spojením částí a že ho lze libovolně dělit, je také schopné jednoduché generalizace.

Po dvanáctém roce dítě postupně přechází do stadia formálních operací, ve kterém se utváří formální myšlení – dítě je tedy schopno uskutečňovat operace s hypotetickými výroky nezávislými na minulé zkušenosti a nebo na tom, co má dítě před sebou. Tyto formální operace zahrnují hypoteticko-deduktivní usuzování, proporcionální myšlení a kombinatorální analýzu.

4.3 Vývoj chápání geometrických pojmů

L. Košč ve své knize nabízí také přehled vývoje chápání geometrických pojmů tak, jak ho uvedla Hurlocková (1960, in Košč, 1972). Uvádí, že pokud je dítě adekvátně stimulované ze svého prostředí, dokáže už v šestém měsíci rozlišit základní tvary (kruh, trojúhelník, elipsa), ale tato schopnost se rozvíjí zejména mezi 2. a 6. rokem. Ve dvou letech by dítě mělo být schopno vkládat základní geometrické tvary (kruh, čtverec, trojúhelník) do odpovídajících otvorů na dřevěnné desce.

Hurlocková (1960, dle Košč, 1972) dále píše, že vnímání tvarů může u dětí výrazně ovlivnit také jejich barva. Pokud dáme dětem v tomto věku roztřídit více předmětů různých geometrických tvarů, přičemž každý tvar se vyskytuje vícekrát v rýzných barvách, řeší děti tuto úlohu dle individuální úrovně rozumových schopností. Děti do 3 let dle ní raději třídí předměty podle tvarů, mezi 3 a 6 lety pak dávají naopak přednost třídění dle barev. Děti starší než šestileté dávají přednost třídění podle barev. Jak poznamenává autorka, "je zajímavé, že děti nikdy neberou do úvahy oba tyto momenty (Hurlocková, dle Košč, 1972, s. 67)

Zhruba okolo 5. roku se začíná objevovat schopnost správně rozlišovat pravou a levou stranu, nicméně tato schopnost se plně rozvine až mezi 6. a 7. rokem. Ještě 5-6 roční dítě má velké těžkosti s postihováním třech rozměrů na tělesech. Chápání poměrů velikostí předmětů se ukazuje dost výrazně v období mezi třetím a čtvrtým rokem, kdy si děti začínají uvědomovat sebe jako předmět, který se nachází mezi ostatními předměty. Proto umí vybrat ze souboru předměty největší a nejmenší, jisté potíže jim dělá vybrat předměty střední velikosti, musí jít o dost velké rozdíly. Plnou jistotu v tomto směru nabyde dítě až kolem 10. roku.

5. Prostorová představivost a prostorová inteligence

Velký psychologický slovník definuje představivost jako "vytváření myšlenek a obrazů bez přímé účasti smyslových podnětů; nejčastěji jde o spojování útržků předchozích smyslových zkušeností do nových celků" (Hartl, Hartlová, 2010, s. 454). Představivost je považována za základ tvořivé činnosti. Jednotlivé obrazy pak nazýváme představami, což je "vybavený či přepracovaný minulý zážitek a vjem, který není bezprostředně dostupný smyslovým receptorům". Autoři dělí představy na zrakové, sluchové, čichové či hmatové, dále představy můžeme dělit na jednoduché a kombinované. Jsou také materiálem pro vytváření různých pojmů, myšlení či volního jednání. Čáp (2001) kromě tohoto rozdělení ještě vymezuje paměťové představy, které pokládá za elementární druh představ, jsou totiž vybavením z paměti tak, jak jsme je dříve vnímali. Jsou to spíše než představy více nebo méně adekvátní reprodukce. "Naproti tomu fantazijní představy jsou obrazy, které vytvářejí či produkují něco relativně nového, co jsme nevnímali přesně v této podobě". Sternberg (2002, in Molnár, 2009) k tomu dodává, že "představivost může reprezentovat i věci, s nimiž jste se smyslově nikdy a nikde nesetkali. (...) Představy mohou dokonce reprezentovat věci, které mimo mysl člověka, jenž představy vytvořil, neexistují". Piaget (1968, in Molnár, 2009) tvrdí, že představa je názor poznání a je tedy závislá na poznávacích funkcích.

Jak píše Molnár (2009), normální dospělý člověk je schopen si představit jak předměty nepohyblivé, tak pohyby, ale i známé transformace a dokonce anticipovat novou transformaci. Podle toho, zda představa vyvolává situaci známou a dříve nevnímanou, nebo ne, můžeme dělit představy na anticipační a reprodukční. Dále je můžeme dělit na statické, pohybové a transformační.

"V případě prostorových představ jsou obsahy, které se mají představovat, prostorové jako obrazné formy, které je znázorňují, a prostorové operace (přemísťování, promítání a jiné) jsou opět obrazné transformace, tedy v jistém smyslu obrazy prostoru. Mezi formou a obsahem tedy existuje více méně úplná homogenost, což postačí jako doklad o privilegovaném charakteru těchto prostorových představ". (Molnár, 2009)

5.1 Prostorová představivost

Prostorová představivost je důležitou schopností pro každého jedince. Na schopnosti správně vnímat prostor a mít vytvořeny správné představy s ním spojené, je závislý nejen náš bezpečný pohyb po světě a většina každodenních úkonů, ale také mnoho specializovaných profesí. Vnímání prostoru se budu věnovat později v této kapitole, nejprve se pojďme podívat, co různí autoři míní pod pojmem prostorová představivost.

Jirotková (1990) píše, že "pro potřeby nejběžnější technické praxe a v různých činnostech je rovněž třeba umět si představit předmět a jeho polohu na konci fáze určitého pohybu nebo změny vzájemné polohy při pohybu více předmětů a také umět si představit pohyb, přemístění, které je nutno vykonat, aby se předmět dostal z jedné polohy do druhé". Pro ni je tedy prostorová představivost do určité míry spjata s pohybem a se změnou.

Říčan (2007) tento pojem vidí poněkud šířeji, když tvrdí, že "pod tento pojem shrnujeme tři prakticky důležité schopnosti: především je to prostorová orientace. Zde jde o určování polohy člověka v jeho okolí, jaké potřebuje například letec nebo skokan. Dále je to vizualizace. Tato schopnost nám umožňuje představit si, do jakých vzájemných vztahů se dostanou předměty mimo nás, octnou-li se v určitých polohách. Vizualizace se uplatňuje např. v deskriptivní geometrii. Třetí složkou prostorové představivosti je kinestetická představivost, kterou potřebuje technik, aby mohl určit výsledný pohyb různých soukolí". (Říčan, 2007, s. 81)

Molnár dále uvádí další definice tohoto pojmu. Dle něj např. Perenčaj a Repáš vnímají prostorovou představivost jako jakési vidění prostoru. Dodávají ale, že ten musí vidět každý, kdo vidí. Podle nich je problém v tom, že prostor nestačí jen vidět (vnímat), ale je také nutné si ho zvědomovat[1]. Molnár také uvádí definici Zvykové a Lomova, kteří prostorovou představivost chápou jako schopnost operovat prostorovými představami a Šarounové, která "rozumí prostorovou představivostí soubor dílčích schopností, týkajících se našich představ o prostoru, o tvarech

1 Ze slovenského originálu volně přeložila autorka.

a vzájemných vztazích mezi tělesy, o vztazích mezi předměty a námi a konečně také o prostorových vztazích jednotlivých částí našeho těla navzájem". (Molnár, 2009, s. 31)

Gardner (1999) vnímá prostorovou představivost jako prostorovou inteligenci, jejímž jádrem "jsou schopnosti, které zajišťují přesné vnímání vizuálního světa, umožňují transformovat a modifikovat původní vjemy a vytvářejí z vlastní vizuální zkušenosti myšlenkové představy, i když už žádné vnější podněty nepůsobí. Díky těmto schopnostem můžeme konstruovat různé tvary nebo s nimi manipulovat". (Gardner, 1999, s. 196) Jeho pojetí se budu více věnovat dále v této kapitole.

Autoři, zabývající se prostorovou představivostí, často uvádějí více složek této schopnosti. Tak například Šarounová (1982, in Molnár, 2009) vymezuje složky: schopnost rozeznávat rovinné útvary, představy o vztazích mezi útvary v rovině, schopnost rozeznávat tělesa v prostoru a představy o vzájemné poloze těles v prostoru. Jirotková (1990) rozlišuje prostorovou představivost obecně a její abstraktnější formu – představivost geometrickou. Prostorovou představivost vymezuje jako schopnost, která se opírá o poznávání tvarů předmětů, o jejich rozmístění a o pohyb v prostoru. Za nejvyšší úroveň považuje prostorově schematické myšlení, které tvoří jednu ze složek abstraktního matematického myšlení.

Jirotková ve svém článku "Rozvoj prostorové představivosti žáků" (1990) definuje prostorovou představivost jako intelektovou schopnost vybavovat si, nebo si představit:

a) dříve vnímané objekty v trojrozměrném prostoru a vybavit si jejich vlastnosti, polohu a prostorové vztahy,

b) objekty v jiné vzájemné poloze, než v jaké jsou nebo byly vnímány

c) objekt v prostoru na základě jeho rovinného obrazu

d) neexistující objekt v trojrozměrném prostoru na základě slovního popisu.

Pod geometrickou představivostí autorka rozumí schopnost "poznávat geometrické útvary a jejich vlastnosti; abstrahovat z reálné skutečnosti – konkrétních objektů jejich geometrické vlastnosti a vidět v nich geometrické útvary v jejich čisté podobě; na základě rovinných obrazů si představit geometrické útvary v nejrůznějších vzájemných vztazích a to i v takových, v nichž nemohou být předvedeny pomocí hmotných modelů geometrických útvarů; mít zásobu představ geometrických útvarů a schopnost vybavovat si jejich nejrůznější podoby (...) a představit si geometrické útvary, vztahy mezi nimi i na základě jejich popisu". Jak bylo uvedeno výše, za nejvyšší úroveň autorka považuje prostorově schematické myšlení, které je definováno jako "schopnost na základě prostorových a geometrických představ:

a) vytvořit si představy nové, umět takové nové představy vyjádřit, popř. je realizovat,

b) myšlenkově konstruovat prostorové obrazy – geometrické útvary a provádět s nimi operace a umět takové konstrukce a operace vyjádřit, popř. je realizovat,

c) vyjádřit graficky, diagramem, grafem nebo jiným geometrických schématem vztahy a závisloti existující v realitě, vlastnosti různých matematických pojmů a jevů i vztahy a závisloti mezi nimi, popř. umět takto vyjádřit probíhající děj,

d) umět si vybavit, představit různé vztahy, jevy a závislosti existující v realitě i vztahy, jevy a závislosti čistě matematické, jestliže jsou vyjádřeny graficky, diagramem, grafem nebo jiným geometrických schématem,

e) využít grafických metod (diagramů, grafů) a různých geometrických schémat k řešené praktických úloh i matematických problémů".

Molnár (2009) ve své knize uvádí i faktorovou analýzu prostorové představivosti dle Juščákové. Podle této teorie je prostorová představivost tvořena následujícími faktory:

- prostorová orientace pasivní – umět určit polohu, vztahy nahoře/dole, před/za, vpravo/vlevo, nad/pod, uvnitř

- vizuální paměť – umět použít v paměti uložené obrazy, spojovat je do nových celků – pamatovat si obraz znamená pamatovat si vlastnosti a vztahy

- vizuální identifikace – umět vyhodnotit kvality předkládané situace; mít vhled znamená rozumět vztahům uvnitř objektu zrakovým posouzením předlohy spontánně

- prostorová orientace aktivní - na základě vizuálního podnětu vytvořit a zpracovat představu pohybu, transformace

- mentální manipulace – schopnost percepčního předvídání, schopnost určovat novou představu objektu po jeho transformaci

- manuální manipulace – schopnost znázorňovat představu trojrozměrné situace v 2D, schopnost vytvořit reálný model trojrozměrné situace, načrtnout, nakreslit, narýsovat, konstruovat

- technická tvořivost v prostorové představivosti – schopnost aplikovat prostorovou představivost v podmíněné tvorbě.

Molnár (2009) se také věnuje vývoji prostorové představivosti, když říká, že "víme, že se rozvíjí na základě geneticky podmíněných a vrozených vloh. Tento vývoj se realizuje zráním a učením, které je ovlivňováno vlastní činností jedince, prostředím (především sociálním) a výchovou". (Molnár, 2009, s. 35) Víme, že prostorovou představivost je možno rozvíjet již v předškolním věku, stejně jako v dospělosti, není tedy zatím známo kritické období pro její rozvoj. Přesto se zdá, že některá období jsou vhodnější než jiná, ovšem jejich konkrétní stanovení není psychologům a pedagogům jasné.

5.2 Prostorová inteligence

Pojem prostorová inteligence používá ve své knize "Dimenze myšlení" H. Gardner. Stručnou definici tohoto pojmu jsem již uvedla výše, nyní se jeho pojetí budu věnovat hlouběji. Gardner ve své knize tvrdí, že bohatou prostorovou představivost mají hlavně lidé s výtvarným nadáním a ti, kteří se orientují na technické obory a přírodní vědy. Toto tvrzení je ve shodě s ostatními autory (např. Molnár, 2009). Naopak lidé s nadáním v oblasti hudby a řeči mívají někdy v této oblasti nedostatky, což může být dáno tím, že technické obory si volí lidé s více rozvinutou prostorovou představivostí. A také je nutno vzít v úvahu fakt, že lidé věnující se technickým oborům svoji prostorovou představivost využívají daleko více a tímto používáním ji také dále rozvíjejí v mnohem větší míře, než lidé s jiným nadáním.

Autor upozorňuje, že u normálních jedinců se prostorová inteligence rozvíjí převážně na základě vlastního pozorování světa a je tak úzce spojena se zrakovým vnímáním. Bylo by však mylné si myslet , že je prostorová inteligence zcela závislá na zrakovém vnímání – to dokládá fakt, že se tato inteligence rozvíjí i u nevidomých. Za základ této schopnosti považuje schopnost vnímat určitou formu.

Důležitou otázku ovšem je, zda je prostorová inteligence zvláštní oblastí, která není součástí logických či jazykových schopností. Gardner si myslí, že ano a jako doklad cituje např. L. L. Thurstona, který prostorové inteligenci také vyhradil pevné místo ve své teorii intelektu. Mezi některými psychology převládá názor, že prostorové schopnosti se něčím liší od ostatních schopností, ovšem vnímání těchto odlišností již tak jednotné není. "Thurstone sám rozdělil prostorové schopnosti na tři složky: na schopnost rozpoznat totožnost předmětu, který vidíme z různých úhlů; na schopnost představit si pohyb nebo změnu ve vnitřním uspořádání určité konfigurace; a na schopnost přemýšlet o prostorových vztazích, které jsou závislé na orientaci těla pozorovatele. Truman Kelley rozlišoval mezi schopností vnímat a uchovávat v mysli geometrické formy a schopností imaginárně manipulovat s prostorovými vztahy. A. A. H. El-Koussy (1955, in Gardner, 1999) rozlišoval mezi prostorovou inteligencí dvojrozměrnou a trojrozměrnou, u nichž rozeznával ještě statický a dynamický aspekt". (Gardner, 1999, s. 198) Mezi zastánci teorie vícečetných inteligencí se často objevuje názor, podle něhož je prostorová inteligence "protipólem" inteligence jazykové, a měla by proto získat rovnocennou vážnost. Dualisté hovoří o dvou systémech reprezentací – o verbálním a obrazovém kódu.

"Dostaneme-li za úkol manipulovat s formu či objektem a představujeme-li si, jak se situace změní se změnou úhlu pohledu nebo jak bude předmět vypadat, když ho otočíme, ocitáme se plně v oblasti prostorové inteligence". Roger Shepard (Shepard, Cermak, 1973 in Gardner, 1999) prokázal, že doba, kterou potřebujeme ke zjištění, zda jsou dvě tělesa identická, je přímo závislá na tom, o kolik stupňů musíme těleso otočit. Přestože je velmi těžké zkoumat, jakým způsobem respondenti zadané úlohy řeší, Gardner ve své knize dochází k závěru, že "pojmenovat přetáčená tělesa a vystihnout slovně jejich postavení je velmi obtížné, snazší je vyřešit úkol pomocí inteligence prostorové. Většina lidí úkoly tohoto typu řeší tak, že otáčí myšleným tělesem o potřebný úhel tak, jako kdyby měli před sebou těleso reálné". (Gardner, 1999, s. 197)

V části věnující se vývoji prostorové inteligence píše, že máme jen málo ověřených údajů o tom, jak se tato schopnost vyvíjí u dětí. Několik výzkumů uskutečnil J. Piaget, podle kterého začíná vývoj pochopení prostoru v senzomotorickém stadiu, které začíná už v kojeneckém věku. V tomto věku se dítě jednak učí sledovat dráhu pohybujících se předmětů, jednak se učí orientovat v nejbližším okolí. Na konci tohoto období si již dítě začíná vytvářet první mentální představy – umí si představit, jak vypadá konkrétní místo nebo událost bez toho, aby tam bylo. Podle Piageta vzniká schopnost tvorby mentálních představ na základě raných zkušeností dítěte, a to jak vizuálních, tak senzomotorických. "Z tohoto názoru pak vyplývá i Piagetovo pojetí představivosti jako internalizované činnosti nebo oddálené nápodoby. Piaget předpokládal, že v mysli dítěte došlo k zakódování celkových obrysů či schémat činností, které dítě ve svém okolí vidělo a které si mohlo v myšlenkách zopakovat. Tato představivost zůstává v raném dětství statická, mentální operace s představami ještě nejsou možné". (Gardner, 1999, s. 201)

S nástupem dítěte do školy se rychle rozvíjí jeho schopnost aktivní manipulace nejen s objekty, ale i s představami. Toto období Piaget nazývá stadiem konkrétních operací. U dítěte tohoto věku je důležitá zejména schopnost vrátit zpět mentální operaci a také umět si představit, jak vidí objekt člověk, který se na něj dívá z jiného místa – tomutu fenoménu se říká decentrace: dítě už dokáže pochopit, že člověk sedící na jiné straně místnosti vidí objekt jinak než ono. I přes tyto nové schopnosti se však prostorová inteligence rozvíjí jen v rámci konkrétních situací a událostí. Schopnost představit si formální zákony a abstraktní prostor se rozvine až v období puberty s nástupem stadia formálních operací.

Piaget viděl začátky rozvoje prostorové inteligence již u děti v kojeneckém věku – tím, že se kojenec cíleně pohybuje po prostoru, v batolecím věku nově vzniká schopnost tvoření statických mentálních představ, se kterými se ve školním věku učí dítě manipulovat a v období puberty dítě objekvuje vztahy mezi prostorovými útvary a slovní výpovědí. V té době už má mladý člověk schopnost si představit všemožná prostorová uspořádání a dokáže spojit logicko-matematickou a prostorovou formu inteligence v jednotný geometrický nebo vědecký systém.

Piagetovo pojetí téměř zcela opomíjí prostorové schopnosti v širším měřítku. V poslední době probíhají výzkumy širší prostorové orientace dítěte, ze kterých se dovídáme mnoho zajímavého. Ukazuje se, že i dítě mladší tří let dokáže najít cestu, kterou motoricky zná. Není však schopno představit si, co ho asi potká v místech, které samo nenavštívilo, i když o nich má dostatek nepřímých informací". (Gardner, 1999, s. 202). I u starších dětí můžeme pozorovat obtíže, které jim činí zachycení dobře známých míst do plánku. Děti pětileté nebo šestileté se ve svém okolí sice dobře vyznají, ale když je požádáme, aby nám cestu vysvětlili, nedokáží to – jejich popis bude buď velmi zkreslený (zjednodušený) nebo se jim to nepodaří vůbec. "Ukazuje se, že nejtěžším úkolem pro děti školního věku je sladit svou znalost prostorového uspořádání, již získaly na základě mnoha nesourodých zkušeností, do jednoho celkového organizovaného rámce. Jinak řečeno – děti se mohou velice dobře vyznat na mnoha místech svého okolí či města, a pokud se chtějí někam dostat, vždycky se jim to povede. Přesto však často nedokážou načrtnout mapu či obrázek a neumí slovně vysvětlit, jak se orientovat v místech, kde se běžně pohybují. Schopnost převádět vlastní roztříštěné poznatky do jiného měřítka nebo symbolického systému získáváme s velkými obtížemi. Prostorová inteligence dítěte se sice rozvíjí rychle, avšak převedení těchto znalostí do jiné inteligence či jiného symbolického kódu je pro dítě po dlouhou dobu úkolem velmi nesnadným". (Gardner, 1999, s. 202)

6. Prostorové vnímání

Předchozí kapitola se zabývala prostorovou představivostí, ale abychom mohli vůbec nějaké představy spojené s prostorem mít, je nutné ho nejprve nějak vnímat. V této kapitole se tedy blíže podíváme na to, jak člověk prostor vnímá a co jeho vnímání ovlivňuje. Protože nejdůležitějším čidlem pro orientaci v prostoru je u člověka zrak, nejprve se budu věnovat zrakovému vnímání obecně.

6.1 Zrakové vnímání

Zdravý vidící člověk vnímá prostor především zrakem. Toto zrakové vnímání je možné proto, že "světlo odražené od povrchu předmětů dopadá do oka. Hlavním úkolem oka je dopadající světlo zachytit a soustředit na tenkou vrstvu v zadní části oka, které je tvořené receptory transformující světelnou energii na nervový vzruch". (Šikl, 2012, s. 47) Zrakové ústrojí umožňuje vnímání světla, barev, velikosti, tvaru a vzdálenosti předmětů. U člověka je nejdůležitějším čidlem pro orientaci v prostoru.

Množství vstupujícího světla reguluje zornice, což je otvor v duhovce, který mění svou velikost podle množství světla. Samotnou optickou soustavu oka tvoří pak rohovka a čočka spolu s komorovou vodou a sklivcem. Jejich úkoly je zajistit souběh světelných paprsků, které přicházejí z jednoho místa v prostoru a které dopadají na celou plochu přední části oka a jejich následné protnutí na sítnici. Jedině při zpětném složení paprsků v jednom místě, které je navíc funkčně relevantní, je možné, aby byl oku promítnut ostrý obraz sledovaného podnětu. Optrická mohutnost světlolomných struktur oka (mimo čočky) je fixní; je nastavena na souběh paprsků vycházejících od vzdáleného objektu. Při vnímání blízkého objektu zajišťuje kalibraci lomivosti čočka změnou svého tvaru – akomodací. Hranice této schopnosti je omezená. Paprsky z předmětu ležícího příliš blízko oka nelze na sítnici již soustředit, a proto jej nevidíme ostře. Bod ležící nejblíže oku, který můžeme při největší akomodaci ještě ostře vidět, se nazývá blízký bod a v dětství je od oka vzdálen asi 8 cm. S postupujícím věkem se od oka stále vzdaluje, poněvadž čočka ztrácí pružnost a tím i schopnost akomodace. V 60 letech je blízky bod ve vzdálenosti asi 80 cm.

Ve stavbě a fungování lidského oka a fotoaparátu můžeme nalézt několik podobností, ovšem také rozdílů, tím nejpodstatnějším je skutečnost, že zatímco fotoaparát pouze zaznamenává obraz promítnutý na vrstvu filmu, zrakový orgán obraz promítnutý na sítnici modifikuje a rozsáhle zpracovává. Samotný biologický proces vidění na sítnici teprve začíná.

Hlavní část zpracování probíhá až v mozku. Přes chiasma opticum a corpus geniculatum laterale je nervový vzruch veden do primární zrakové kůry v týlním laloku, kde dochází k rozsáhlé transformaci zrakového signálu. Ten je dále distribuován množstvím drah do řady korových oblastí týlního, temenního a spánkového laloku, jejichž činnost je do jisté míry specializovaná. Za úrovní primární zrakové kůry se zpracování zrakového signálu rozděluje do ventrálního a dorzálního proudu.

6.2 Prostorové vnímání

Přesto, že moderní přírodověda díky A. Einsteinovi a jiným fyzikům ukázala, že mezi časem a prostorem je podstatná souvislost a je tedy nutno uvažovat o čtyřrozměrném časoprostorovém kontinuu, každodenní zkušenost ukazuje, že prostor vnímáme jako třirozměrný a čas si uvědomujeme jako zvláštní kvalitu dění. (Kulka, 2008)

Jak již bylo uvedeno výše, nejdůležitějším orgánem vnímajícím prostor je zrak. Paprsky vyzářené z různých míst v prostoru se promítají na plochu sítnice a vzniká tak sítnicový obraz, který obsahuje veškerá data sloužící k vytvoření vjemu prostoru. Pro prostorový vjem je naprosto nezbytný fakt, že na každé oko se obraz promítne trochu jinak. Mozek tento údaj vyhodnotí a zpracuje a na základě této vlastnosti (binokulární disparita) můžeme vnímat prostor jako trojrozměrný.

Obraz promítnutý na sítnici je však na rozdíl od vnímané skutečnosti dvourozměrný, tedy jakýkoli bod je určen jen pomocí dvou souřadnic. Žádný ze sítnicových parametrů neurčuje, co na obraze je ve skutečnosti blíž a co dál. Ze samotného obraze se ani nedá určit velikost promítnutého obrazu. Pro rekonstrukci těchto údajů pozorovatel používá řadu dílčích postupů, kterými interpretuje skryté informace ze sítnicového obrazu. Těmto informacím budeme říkat nápovědi o prostoru.

Tyto nápovědi lze rozdělit na monokulární a binokulární podle toho, zda jsou dostupné v sítnicovém obraze každého oka a nebo zda jsou postavené na porovnávání obrazů obou očí. Dále existují nápovědi statické a pohybové, sítnicové a fyziologické.

Základní nápovědí je velikost promítnutého obrazu, která se mění se vzdáleností objektu od pozorovatele a to tak, že čím je podnět vzdálenější, tím je jeho promítnutý obraz menší. Známe-li tedy velikost podnětu, můžeme určit i přibližnou velikost dalších předmětů. Dalším postupem, které používáme při rekonstrukci prostoru je princip zakrytí – pokud nám jeden objekt v zorném poli znemožňuje výhled na část druhého objektu, budeme viditelný objekt automaticky vnímat jako ten bližší, kdežto ten částečně zakrytý objekt jako ten vzdálenější.

Další nápovědí je lineární perspektiva, která se nejvíce projeví při vnímání objektů jako jsou domy nebo aleje. Tyto objekty jsou ohraničené liniemi, které jsou ve skutečnosti rovnoběžné (a my je tak také vnímáme), ovšem na ploše sítnice se sbíhají a přibližují k sobě a to tím více, čím větší je jejich vzdálenost od pozorovatele. Tohoto postupu se používá již od dob renesance v malířství a dodnes představuje nejúčinnější nástroj pro navození dojmu prostorovosti na plátně.

Gradient textury se projevuje na ploše pokryté homogenní strukturou. Ve skutečnosti jsou prvky takovéto kompozice přibližně pravidelné, naproti tomu jejich tvar, velikost a hustota na sítnicovém obraze jsou vzhledem k perspektivnímu zkreslení změněné. Další nápověď (výška v zorném poli) vyplývá ze skutečnosti, že se na okolní svět díváme z výšky přibližně 1,5 m. Proto vnímáme objekty promítnuté do nižších míst na sítnici jako bližší než objekty promítnuté do vyšších míst na sítnici. Vliv atmosférické perspektivy se projeví zejména při vnímání velmi vzdálených objektů. Tento jev souvisí s faktem, že prostředí, kterým se světlo šíří, není prázdné. Atmosféra obsahuje mnoho částic, které světlo pohlcují a rozptylují. Z tohoto důvodu vnímáme jako vzdálenější objekty s nižší kontrastem.

Praktická část

7. Rozbor českých učebnic matematiky z pohledu budování prostorové představivosti ve výuce

V České republice existuje celá řada učebnic, určených pro výuku matematiky na 1. stupni základní školy. Kromě ucelených řad existuje velké množství dalších materiálů, stejně tak jako jednotlivých učebnic pro daný ročník. Ze všech těchto materiálů jsem pracovala pouze s řadami učebnic, protože pouze tak je možné sledovat ucelenou koncepci výuky matematiky na 1. stupni. Dále jsem si pro svou práci vybrala učebnice, které patří mezi nejrozšířenější a nejznámnější – jsou to učebnice z nakladatelství Alter, Prodos a Státního pedagogického nakladatelství. S jednou z těchto učebnic pracuje většina škol, a proto nám jejich podrobný rozbor umožní poznat, jakou výukou geometrie prochází majorita českých žáků. Poslední řadou, se kterou jsem pracovala, je řada učebnic z nakladatelství Fraus od pana profesora Hejného. Přestože její používání není v českých školách masově rozšířeno, zvolila jsem ji z toho důvodu, že její celková koncepce je zcela odlišná od výše jmenovaných nakladatelství. Kromě výše uvedených nakladatelství existují také učebnice nakladatelství Didaktis, Nová škola, Klett, Prometheus a Studio 1+1 (tento seznam vychází se seznamu MŠMT – Schvalovací doložky učebnic). Nakladatelství Fraus vydává ještě druhou sadu učebnic nazvaných Matematika se čtyřlístkem.

7.1 Učebnice matematiky z nakladatelství Alter

Řada učebnic vydávaných nakladatelstvím Alter, která je určena pro 1. a 2. ročník, je rozdělena do několika pracovních učebnic, od třetího ročníku pak do učebnice a dvou pracovních sešitů. Od třetího ročníku si vyučující může zvolit, zda dá přednost učebnici jednodílné, nedělené anebo zda si vybere učebnici rozdělenou do třech dílů. Tyto učebnice jsou totožné, výhodou dělené učebnice je zejména nižší váha. Geometrické učivo je zařazováno v učebnicích průběžně, je mu věnována vždy jedna celá strana.

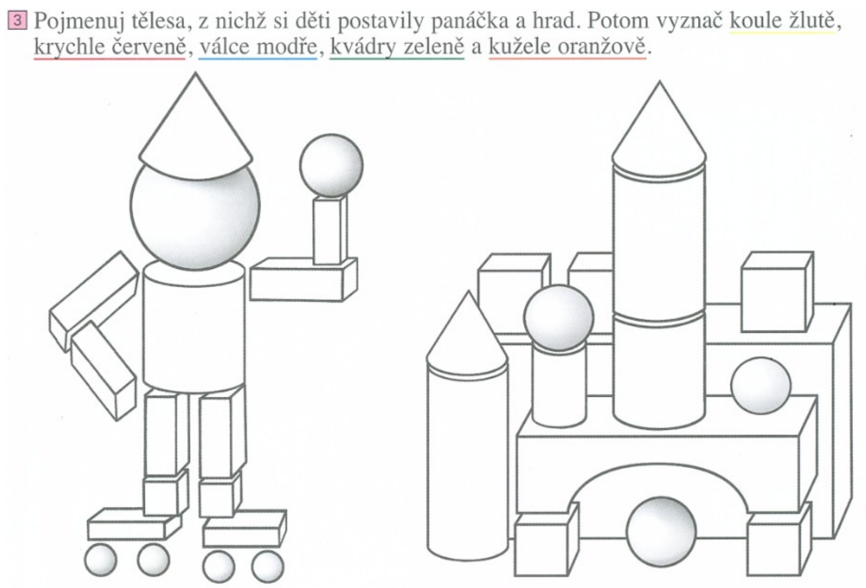
Bohužel se mi nepodařilo pracovat s učebnicemi se stejným rokem vydání, konkrétní rok vydání je uveden v seznamu literatury. Následující analýza vychází z těchto konkrétních vydání, přesto věřím, že bude přínosná.

V prvním ročníku je tato řada rozdělena do 4 sešitů (Sešit 1: Numerace, sčítání a odčítání do 6. Sešit 2: Numerace, sčítání a odčítání do 10. Sešit 3: Numerace do 20, sčítání a odčítání bez přechodu desítky. Sešit 4A: Sčítání a odčítání do 20 s přechodem desítky.). V prvních dvou sešitech nenalezneme žádné geometrické úlohy, ve třetím sešitě se žáci poprvé setkávají s některými jednotkami, a to s metrem jako základní jednotkou délky (s.18) a s litrem jako s vedlejší jednotkou objemu (s.28). Tomuto učivu je vždy věnována jedna dvojstránka a po základním seznámení s danou jednotkou (nácvik čtení a zápisu, úloha na praktické použití jednotky – vlastní měření a ujasnění si, co danou jednotkou měříme) se žáci na další straně věnují jen aritmetickým úlohám (sčítání a odčítání jednotek, slovní úlohy). Přestože se jedná o učivo geometrické, především o oblast míry, je pojato spíše numericky a pro potřeby této práce je za geometrické učivo nepovažuji.

Sešit 4A je prvním sešitem, kde se setkáme s geometrickými úlohami. Na straně 9 mají děti dle předlohy dorýsovat čtverce, obdélníky a trojúhelníky. Strany určené k dorýsování jsou naznačeny světlým odstínem. Poněkud matoucí je název kapitoly Opakování a procvičování učiva geometrie, protože učebnice nikde předtím žáky s těmito geometrickými útvary neseznamuje. Jako možné se nabízí vysvětlení, že autoři učebnice předpokládají, že žáci toto učivo ovládají již z předškolního vzdělávání. Na zadní straně obálky sešitů 2 a 3 sice najdeme obrázky složené z geometrických útvarů a těles (převažují v něm trojúhelníky), ty ale stěží můžeme považovat za seznámení žáků s těmito útvary, navíc existují učitelé, kteří tuto obálku považují za ilustraci a cíleně se s ní nezabývají. Žáci jsou navíc vyzváni k narýsování daných útvarů, a přestože jsou strany naznačeny světlou barvou, je nutné si uvědomit, že žáci pracující s těmito učebnicemi ještě nikdy s rýsovacími pomůckami nepracovali.

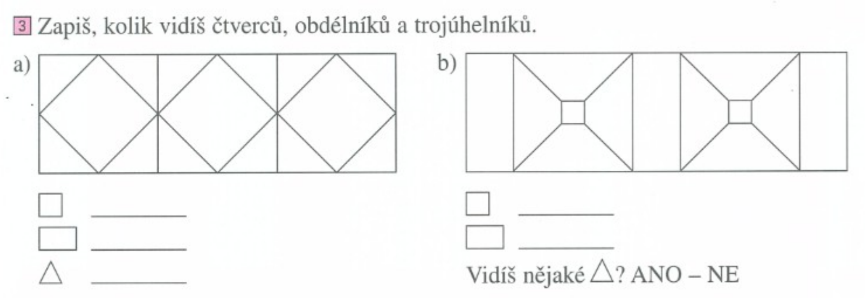
Podobně koncipována je také strana 15, rovněž určená geometrii – žáci mají opět dorýsovat geometrické obrazce, navíc je zde zařazena úloha na rozvoj prostorového a logického myšlení. Na straně 25 žáci rýsují dle předlohy (spojují jednotlivé body), prostorová představivost je opět rozvíjena v úlohách na spodní straně stránky, kde mají žáci do čtvercové bodové sítě narýsovat čtverce, obdélníky a trojúhelníky. Je to úloha podobná úlohám na geoboardu (pro potřeby této práce budeme geoboardem rozumět dřevěnou nebo plastovou destičku, na které jsou umístěny kolíčky tak, že tvoří mřížovou síť. Na této pomůcce žáci pomocí gumiček modelují různé rovinné útvary). Na straně 29 se žáci poprvé v této řadě učebnic setkávají s prostorovými tělesy. Jejich úkolem je pojmenovávat geometrické tvary a tělesa a dle zadání je vybarvovat. Úlohy na této straně sice prostorovou představivost nikterak nerozvíjí, ale žáci jsou v nich alespoň seznámeni s prostorovými tělesy.

Sešit 4B, určený pro druhý ročník, se dále věnuje geometrii na několika vyhrazených stránkách. Na straně 6 je to opakování a zejména nácvik rýsovacích dovedností – pokračuje se v rýsování čtverců, trojúhelníků a obdélníků. Na straně 11 děti určují geometrické tvary a dle zadání je vybarvují. Na straně 16 pokračují v kreslení



Ilustrace 1: Ukázka úlohy z učebnice Alter, sešit 4A, strana 20

započatých tvarů a rýsují lomené čáry dle pravítka a seznamují se s pojmem křivá čára. V dokreslování obrázků v čtvercové síti jsou položeny základy pozdějších poznatků o osové souměrnosti. Strana 20 je věnována prostorovým tělesům – děti mají tělesa správně pojmenovat a dle zadání je vybarvit. Z hlediska budování prostorové představivosti jsou vhodné zejména úlohy 1 a 4 na straně 24. V první úloze mají děti v geometrickém obrazci vybarvit daný počet různých útvarů tak, aby se nepřekrývaly. Jednu úlohu věnovanou geometrii najdeme i v souhrnném opakování – jedná se o úlohu 9 na straně 26. Děti mají správně přiřadit název k tělesu. Na straně 27 nalezneme bludiště a úlohy vyzývající k dokreslení pomocí zrcátka. I ty mohou přispět k rozvoji prostorové představivosti u dětí.

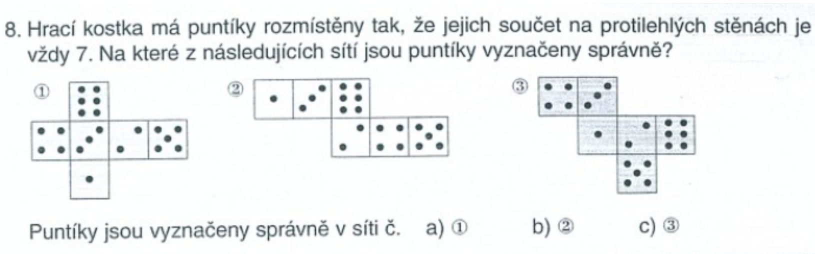


Ilustrace 2: Ukázka úlohy z učebnice nakladatelství Alter, sešit 5, strana 9

V sešitě 5 na straně 9 najdeme opakování geometrického učiva z prvního ročníku. Z pohledu budování prostorové představivosti se jeví jako vhodné zejména úlohy 2 a 3, kde mají žáci určit počet trojúhelníků a čtverců v obrazcích. Poslední cvičení na výše uvedené straně je určeno krychli a kvádru – vyzývá žáky k vystřižení a složení modelu krychle a kvádru a k jejich modelování ze špejlí a modelíny. Další cvičení, které je určeno k rozvoji prostorové představivosti je na straně 28 - ve cvičení 6 žáci procvičují prostorové vztahy.

V sešitě s pořadovým číslem 6 je dále rozvíjeno geometrické učivo – zejména jsou upevňovány pojmy bod, přímka a úsečka. Žáci dále zdokonalují svoje rýsovací dovednosti – zejména se věnují rýsování úseček a měření délek.

V učebnici pro třetí třídu je zachována stejná koncepce řazení geometrického učiva – vždy jedna celá stránka. Tyto stránky jsou rovnoměrně zařazeny v průběhu celé učebnice (vždy jedna strana na zhruba osm stran aritmetického učiva – odpovídá zařazení geometrie jednou týdně, podle rychlosti probírání učiva). Dále se prohlubují znalosti o bodu a přímce a základních rovinných útvarech, žáci se nově seznamují s rovinou a kružnicí, poprvé zkoušejí pracovat s kružítkem. Až úplně poslední strana se věnuje prostorovým tělesům a to stejným způsobem, jako doposud – pod obrázky znázorňujícími jednotlivá tělesa je jejich název, dále obsahuje výklad o krychli a kvádru údaj o počtu stěn, vrcholů a hran. Žáci s těmito tělesy žádným způsobem nemanipulují ani nezískávají další zkušenosti.



Ilustrace 3: Ukázka úlohy z učebnice Alter, 3. ročník

V prvním dílu pracovního sešitu najdeme úlohy, které pomáhají k rozvoji prostorové představivosti až v části závěrečné – Nestandardní aplikační úlohy a problémy. Na straně 37 je to úloha 1 – žáci mají doplnit chybějící část obrázku, na straně 38 je to úloha 5 – určit chybějící část čtverce, známe-li dvě a víme-li, že čtverec byl rozstříhán na tři části a na straně 39 jsou to úlohy 3 a 5. V druhé části pracovního sešitu pro 3. ročník se na straně 16 nachází úlohy 9 a 10. V těchto úlohách se žáci poprvé seznamují se třemi průměty – mají nakreslit kvádr shora, zepředu a z boku. Je to však jediná úloha, tento koncept není dále rozvíjen.

Ve čtvrté třídě tvoří jádro geometrického učiva učivo o vzájemné poloze přímek a nácvik rýsovacích dovedností. Žáci se seznamují s pojmem pravý úhel a pravoúhlý trojúhelník. Jsou prohlubovány poznatky o čtyřúhelnících a kružnici, žáci se seznamují s trojúhelníkovou nerovností, učí se rýsovat osu úsečky. Dále se seznamují s rovnoběžníky a učí se počítat obvod a obsah čtverce. Geometrické učivo je v tomto ročníku zařazeno opravdu v hojné míře, stránek věnovaných geometrii je zhruba 20 %, čemuž odpovídá i poměrně velká suma poznatků, jež si mají žáci v tomto ročníku z geometrie osvojit.

V pracovním sešitě najdeme v prvním díle jednu úlohu věnující se rozvoji prostorové představivosti a to na straně 38 (úloha číslo 11). Zde mají žáci vybrat z nabídky nárys, půdorys a bokorys krychlové stavby. I tato úloha je řazena v poslední kapitole věnované nestandardním aplikačním úlohám. Ve druhém díle na straně osm žáci zkouší pomocí přímek modelovat na krychli roznoběžné a různoběžné přímky.

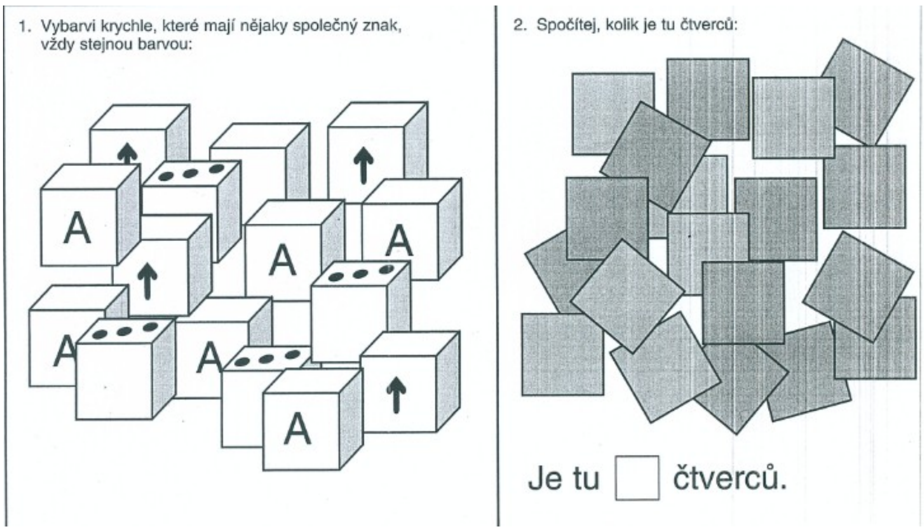
Tato úloha může být jistě vyučujím vhodně rozšířena o modelování kolmých přímek a přímek mimoběžných. Není třeba uvádět termíny, jen deti upozornit, že některé přímky se nám v prostoru neprotnou. V závěrečné části publikace "Nestandardní aplikační úlohy" najdeme mezi posledními úlohami i úlohu věnovanou síti krychle – žáci mají určit, které krychli patří síť (každá stěna je obarvena jinou barvou).

Ilustrace 4: Úkazka úloh z učebnice Alter, 5. ročník

I v páté třídě je poměrně velká část učebnice věnována geometrickému učivu. Po úvodním opakování se žáci seznamují s úhly, dále jsou prohlubovány poznatky o čtvercích, trojúhelnících, kružnicích a upevňuje se učivo o obsahu a o obvodu. Mezi nově probírané učivo se řadí problematika souřadnic bodů . Strana 56 je věnována geometrickým tělesům a také se zde vracíme ke třem průmětům, nyní už na složitějších krychlových tělesech. Na straně 105 se žáci věnují poznatkům o krychli a kvádru, hned další kapitola se věnuje povrchu krychle a povrchu kvádru. Poslední kapitola je propedeutikou k objemu, na jednoduchých krychlových stavbách mají žáci určovat, kolik krychlí je třeba k postavení dané stavby. Úlohy přispívající k budování prostorové představivosti najdeme i v poslední části – nestandardní úlohy. Jedná se o úlohu 4 – ze které z následujících sítí není možné složit krychli, o úlohu 7 – urči, na které z následujících sítí jsou správně vyznačeny oka hrací kostky a úloha 11 – tatínek vyřízl z obdélníkové desky díl, vyznačený na náčrtku; najdi mezi ostatními kousky dva, které z obdélníkové desky zbyly.

7.2 Učebnice matematiky z SPN – pedagogického nakladatelství

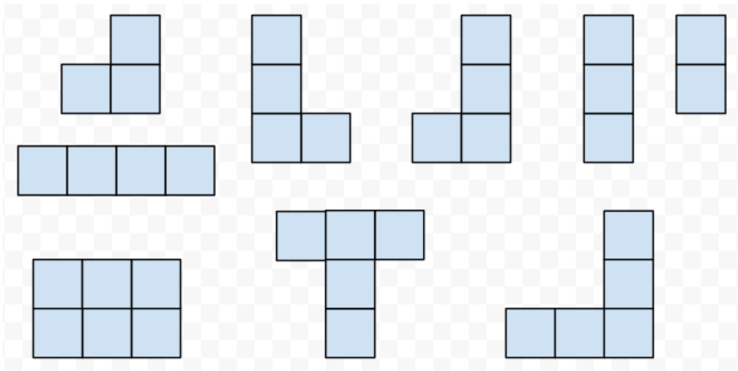
Učebnice z SPN – pedagogického nakladatelství jsou rozděleny v prvním ročníku do tří pracovních učebnic, ve druhém ročníku do dvou a od třetího ročníku do učebnice a dvou pracovních sešitů. Od druhého ročníku je veškeré geometrické učivo řazeno na konec učebnice nebo pracovního sešitu a je tedy na učiteli, kdy a jak ho zařadí. V učebnici pro první ročník je ve druhém díle na straně 4 a 5 zařazeno učivo o čtvercové síti a pohybu v ní. Na straně 13 najdeme úlohu na skládání obrázků z rovinných útvarů. Na straně 40 je zařazeno téma krychle a koule. Děti mají pozorovat, které předměty z jejich okolí mají daný tvar. Jsou zde i další úlohy, které mohou u dětí rozvíjet prostorovou představivost – např. určit u krychlových staveb počet krychlí, které potřebujeme k vytvoření stavby nebo v obrázku, kde jsou překrývající se krychle, vybarvit krychle, které mají společný znak vždy stejnou barvou. V další úloze je obrázek překrývajících se čtverců, které mají děti spočítat a poslední úloha, mající spíše charakter nácvikový, kde mají děti spojit slovo "krychle" se správným obrázkem (tedy reprezentací krychle ve volném rovnoběžném promítání a ne se čtvercem, který je také na výběr). Krychle je zde vždy zobrazena z pravého nadhledu. Stejný charakter má i dvojstránka věnovaná kvádru a válci.



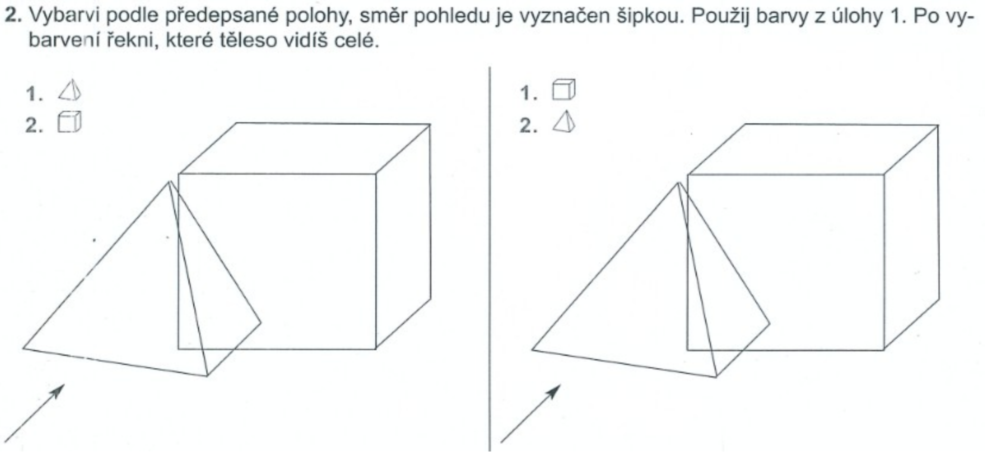
Ilustrace 5: Ukázka úlohy z učebnice SPN, 1. ročník, str. 41

V publikaci určené pro druhou třídu je v prvním díle na straně 67 zařazena úloha pro práci ve skupinách – děti mají dokreslit šestiúhelníky tak, aby vznikly krychle a mají hledat více možností. Geometrická část v zadní části dílu se věnuje zejména seznámení se základními geometrickými útvary a tělesy. Žáci je hlavně pojmenovávají. Získávají také první zkušenosti s rýsováním, seznamují se s pojmem bod a úsečka. Ve druhém díle se žáci učí porovnávat délku úseček pomocí proužku papíru, učí se přenášet úsečky a seznamují se s jednotkami délky. Dalším tématem jsou mnohoúhelmíky, čtyřúhelníky a trojúhelníky. Učivo o prostorových tělesech se omezuje jen na jejich pojmenování.

Ve třetím ročníku se žáci v rámci studia těles zabývají pojmenováním různých druhů těles a jejich popisu, žáci s nimi ani nemanipulují, ani s nimi jinak nepracují. Dále se prohlubuje učivo o úsečkách a přímkách (měření, přenášení, porovnávání, vzájemná poloha v rovině, polopřímky, opačné polopřímky), o roviných útvarech (včetně kruhu a kružnice). Učivo je pojato spíše výkladově, zabývá se především vysvětlením různých pojmů, méně už vztahy mezi útvary nebo rýsováním. Ve druhém dílu pracovního sešitu žáci rýsují především čtverce (do čtvercové sítě) a kružnice. Z pohledu mé práce je přínosná úloha 5 na straně 40 (vystřihni si ze čtverečkového papíru dané útvary a slož čtverec/obdélník). Další vhodnou úlohou je úloha 4 na straně 43 – umisťování nábytku do pokoje.


Ilustrace 6: Obrázek k úloze z učebnice SPN, str. 40 - skládání čtverců a obdélníků z polymin

Ve čtvrtém ročníku je zahájena kapitola zaměřená na geometrii opakováním. Toto opakování má spíše charakter memorování poznatků, od žáků se vyžaduje zejména vzpomenout si na probírané pojmy. Nové učivo začíná nácvikem rýsování kolmic a rovnoběžek, následuje učivo o pravém úhlu a provoúhlém trojúhelníku a poté konstrukce trojúhelníku. Učivo o trojúhelníku uzavírá kapitola o trojúhelníkové nerovnosti, kterou by děti měly vyvodit pomocí manipulačních úloh se špejlemi. Další část tvoří učivo o kostrukci čtverců a obdélníků, kde děti uplatní dovednost rýsovat kolmice. Na závěr je zařazeno učivo o síti krychle a kvádru a o výpočtu povrchu krychle a kvádru. Žáci mají v úloze 3 na straně 139 vybrat, které z hexamin by mohlo být sítí krychle. Toto je jediná úloha, ve které žáci cíleně využívají své schopnosti prostorové



Ilustrace 7: Ukázka úlohy z pracovního sešitu k učebnici SPN, strana 38

představivosti. Na straně 37 prvního dílu pracovního sešitu nalezneme cvičení 7 – to je zajímavé vzhledem k zaměření této práce. Je dáno několik útvarů, které se vzájemně částečně překrývají a žák je má vybarvit podle pořadí, jak leží útvary na sobě. Poněkud obtížnější varianta je na následující straně – zadání zní stejně, ale úkolem není vybarvovat rovinné útvary ale prostorová tělesa.

V učebnici pro pátý ročník jsem mimo kapitolu věnované geometrii našla dvě úlohy z prostorové geometrie, obě dvě v části "Chytrost nejsou žádné čáry". První na straně 88, cvičení 3 – urči, která čísla budou na prázdných stranách hracích kostek, je-li dána tato síť krychle a druhé na straně 109, cvičení 1 – dokresli správně puntíky do sítí hracích kostek. Samotná kapitola o geometrii začíná opakováním učiva o bodu, úsečce, přímce a rovině, navazuje téma o vzájemné poloze přímek v rovině a učivo o rovinných geometrických útvarech. Jako první se autoři podrobně věnují kružnici a kruhu, poté konstrukcím trojúhelníku a na závěr čtverci a obdélníku (včetně konstrukce). Dalším tématem je osová souměrnost a poté obvody geometrických útvarů a obsah obdélníku a čtverce. Kapitolu o geometrii uzavírá část věnovaná prostorové geometrii – opakují se poznatky o tělesech, povrchu a síti krychle a kvádru a o krychlových stavbách. Na úplný závěr se žáci seznamují se soustavou souřadnic.

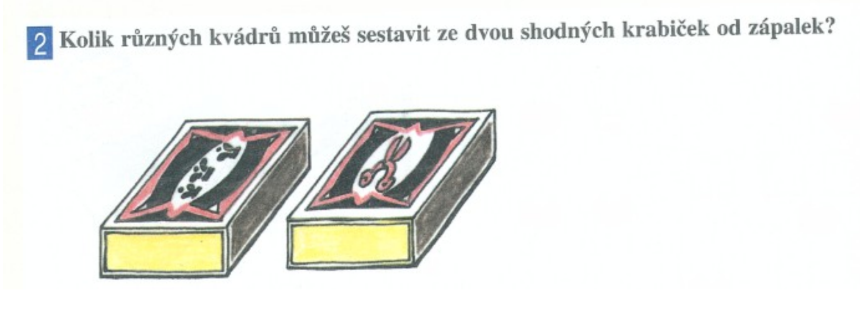
Z úloh věnujících se cíleně rozvoji prostorové představivosti je to zejména úloha 2 na straně 132 (vyber z hexamin sítě krychle) a úlohy na straně 136, věnované stavbám z krychlí. Ve cvičení 1 mají žáci postavit z kostek stejná tělesa, jako na obrázcích a mají určit počet krychliček, které potřebují. Ve cvičení 2 pak mají nakreslit, jak bude krychlová stavba vidět zepředu, shora a zprava. Ve cvičení 3 mají postavit stavbu, která bude odpovídat danému půdorysu.

7.3 Učebnice matematiky z nakladatelství Prodos

Řada učebnic Prodos (Matematika a její aplikace) je pro každý ročník rozdělena na tři díly. V prvním ročníku tvoří vždy několik stránek celek zastřešený vybraným tématem, který se většinou vztahuje k ročnímu období a nebo svátkům.

V prvním díle se děti z pohledu geometrie setkávají se čtyřmi základními rovinnými útvary, nejprve je od sebe zrakově odlišují a vybarvují dle zadání. Pracuje se zde také s překreslováním obrázků ve čtvercové síti. I ve druhé části učebnice žáci dokreslují podle osové souměrnosti různé obrázky (vztažené k svátkům, ročním obdobím a lidským činnostem). Ve třetí části je na straně 35 hrad z prostorových těles, která mají děti pojmenovat.

Ve druhém ročníku je geometrickému učivu vždy vyhrazena jedna strana. V prvním díle se tak žáci seznamují s úsečkou, kterou se také hned učí rýsovat. Dalšími tématy jsou křivá a lomená čára a porovnávání délek úseček proužkem papíru. Ve druhém díle se na straně 11 mají žáci pokusit dokreslit krabice podle naznačených hran. Prostorová představivost je také rozvíjena ve cvičení věnovaném kresbě odrazu ve vodě (také na str. 11). Stránky 38 a 39 se věnují prostorovým tělesům. Žáci se seznamují s koulí, válcem,



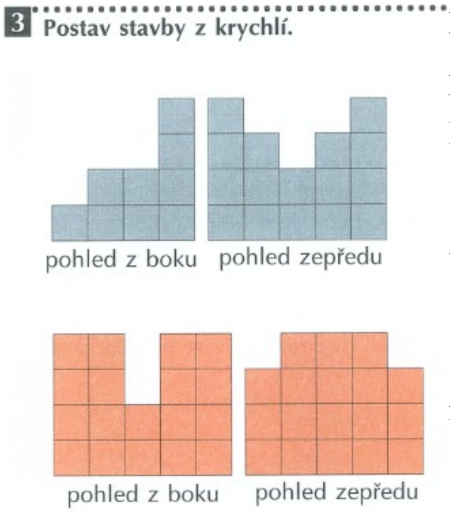
krychlí, kvádrem, kuželem a jehlanem. Jsou vyzváni k pojmenování těles na znázorněné stavbě a ke stavbě vlastních těles z Otíkovy stavebnice. Autoři také navrhují modelování těles z plastelíny.

Ve třetím díle je zajímavá úloha na straně 30 – kolik různých kvádrů můžeš sestavit ze dvou shodných krabiček od zápalek. Poměrně velká část závěrečného opakování je věnována práci s rovinnými útvary. Žáci je vybarvují, poznávají je v obrázcích a také zkouší vlastní obrázky tvořit. Opět kreslí odrazy polymin v zrcadle a zkouší kreslit krychli a kouli.

V učebnici pro třetí ročník jsou nejprve v prvním díle zopakovány názvy těles i útvarů a je zde zařazena i úloha na vybarvování těles podle vzoru. Na straně 24 je zařazeno cvičení na vyhledávání stejných těles v různých pohledech. Je to jedno z mála cvičení, kde je krychle zobrazena i levém nadhledu a v levém podhledu. Na straně 49 jsou vysvětlovány nové geometrické pojmy, které si žáci hned procvičují jejich zakreslováním do těles a rovinných útvarů. Žáci mají vyznačit sousední stranu, sousední vrcholy, protější vrcholy a strany, sousední a protější stěny krychle a kvádru. Dále jsou zařazena témata: trojúhelník, čtyřúhelník, čtverec, obdélník ve čtvercové síti a mnohoúhelníky.

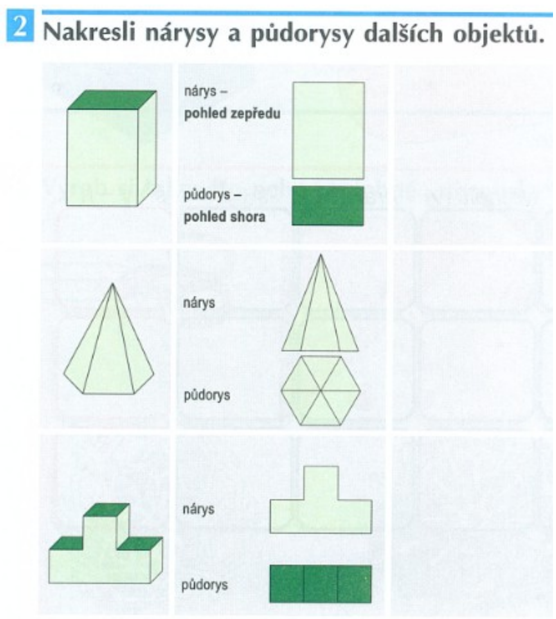
Ve druhém díle začíná geometrické učivo kapitolou o souměrnosti. Na straně 20 najdeme úlohu na vybarvování sítí krychle podle zadání (zde vybarvit protější strany stejnou barvou). Dalšími tématy jsou průsečík přímek, kruh a kružnice. Na straně 55 začíná kapitola s názvem "Plánky a mapky". Žáci vytvářejí parkety a dlaždice vlastních vzorů, ale také slovně popisují plánek rozmístění místností, umisťují předměty do plánku pokoje a zkouší vytvořit vlastní plánek dle pokoje v bytě. V mapce se učí popsat cestu a orientovat se v jednoduchých pláncích a mapkách. Posledním tématem knihy jsou "Stavby z krychlí". Žáci vytvářejí stavby podle map (obdoba plánu z učebnice Fraus – nezapisuje se tečkami ale čísly)

V první části učebnice pro 4. ročník najdeme na straně 10 cvičení vhodné k rozvíjení prostorové představivosti – v zadání je několik bodů a žáci mají odhadnout, kolik bude na obrázku narýsovaných průsečíků. Nikde bohužel není napsáno, jak mají průsečíky vzniknout, pokud tak, že žák spojuje každý bod s každým, je úloha na řešení pouze pomocí představivosti opravdu velmi obtížná. Pokud ji ovšem žáci budou řešit jen tak, že body spojí a spočítají počet průsečíků, nemyslím si, že bude přínosná. Na straně 15 se žáci seznamují s modelem krychle a jsou vyzváni k tomu, aby si model krychle vyrobili. Další úlohy zařazené na této straně a tematicky spojené s učivem jsou spíše aritmetického rázu.



Ilustrace 8: Ukázka úlohy z učebnice Prodos, strana 27

Na straně 24 prvního dílu se žáci seznamují s čtyřbokým jehlanem a zkouší si vyrobit jeho model. Na straně 27 je zařazena úloha z prostředí krychlových staveb. Žáci mají dle dvou zadaných průmětů vytvořit danou stavbu. Na straně 37 mají žáci naopak vytvořen plán staveb a na straně 45 mají doplňovat tečky do částečně vyplněné sítě hrací kostky. Na straně 46 mají žáci za úkol rozhodnout, které těleso některým svým obrysem odpovídá vyřezaným otvorům. Je to cvičení, které odpovídá dětským hrám, kdy mají děti za úkol vložit těleso do správného otvoru v hračce.



Ilustrace 9: Ukázka úlohy z učebnice Prodos na straně 29.

Ve druhém díle najdeme na straně 5 bludiště, domnívám se, že bludiště může v dětech velmi dobře pěstovat prostorovou představivost. Na straně 6 na okraji stránky najdeme úlohu na vybarvování průniků geometrických útvarů. Na okraji strany 10 mají děti nakreslit plán stavby. Zajímavá je stavba modrá, která má více řešení, protože nevidíme, kolik krychlí má v zadním sloupci. Ovšem předkreslený plán nám napovídá, že je tam alespoň jedna. Na straně 26 je opět zařazena úloha na vybarvování sítě krychle dle zadání.

První díl učebnice pro 5. ročník se věnuje sítím těles. Na straně 26 je to síť krychle, na straně 28 síť trojbokého hranolu, na straně 30 síť válce a pětibokého hranolu a na straně 32 síť jehlanu. Na straně 34 mají žáci rozhodnout, které z polymin jsou sítěmi krychle a které ne. Na straně 44 se žáci seznamují s konstrukcí pravidelného šestiúhelníku a na straně 62 je zařazeno učivo o obvodech pravidelných mnohoúhelníků.

Ve druhém díle je zařazeno učivo o různých druzích rovnoběžníků. Na straně 29 najdeme téma "Mnohostěny" – žáci se učí, která tělesa mezi mnohostěny patří, a která ne. Z hlediska zaměření práce je významné cvičení druhé na téže straně, kde mají žáci nakreslit nárysy a půdorysy dalších objektů. Jako příklady jsou uvdeny nárysy válce, šestibokého jehlanu a krychlové stavby. Novým učivem je učivo o středové souměrnosti. Na straně 49 a 50 mají žáci vybarvovat shodné útvary stejnou barvou. Autoři navrhují útvary překreslit na průsvitný papír a přikládáním určit, zda se jedná o útvary shodné a neshodné. Pokud bychom chtěli více zapojit prostorovou představivost žáků, mohli bychom je nejprve nechat hledat shodné útvary a poté jen pomocí průsvitného papíru řešení zkontrolovat. Na straně 51 je cvičení k propedeutice shodnosti geometrických útvarů – jsou dány vždy dva stejné tvary a žáci mají určit, jak mají pohybovat průsvitkou, aby překryly tyto útvary. V prvním případě je třeba průsvitku posunout, ve druhém otočit a ve třetím překlopit. Na straně 56 se žáci seznamují s mimoběžnými přímkami.

Třetí a závěrečný díl této řady začíná opakováním základních dovedností. Mezi ně podle autorů patří narýsovat čtverec, obdélník, kružnici, síť kvádru a krychle, pravidelný šestiúhelník a rovnoběžník, dále sestrojit kolmice a rovnoběžky a pojmenovat základní tělesa. Na straně 43 je téma věnující se tělesům – jsou zde prohloubeny poznatky o sítích a také nárysu a půdorysu těles. Na základě těchto dvou údajů mají žáci určit, o jaké těleso se jedná. Posledním tématem je obvod, obsah a povrch útvarů a těles.

7.4 Učebnice matematiky z nakladatelství Fraus

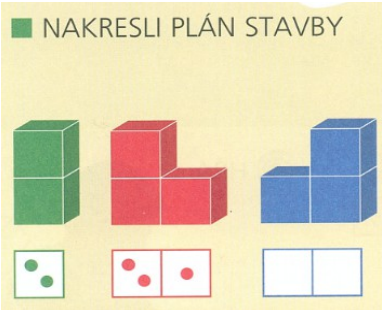
Z nakladatelství Fraus jsem pracovala s řadou učebnic od pana profesora Hejného a paní docentky Jirotkové. Učebnice se snaží respektovat konstruktivistický přístup k výuce matematiky. V prvním ročníku jsou rozděleny do dvou dílů s podtitulem "Přemýšlení a počítání", ve druhém ročníku do tří pracovních učebnic a od třetího ročníku do učebnice a dvou pracovních sešitů. K učebnicím vychází také sada příloh. V učebnici žáci pracují v různých tematicky laděných prostředích, v této práci se budu věnovat jen některým z nich. V prvním až třetím ročníku je řazeno geometrické učivo mezi ostatní úlohy, stránky nejsou tematicky vyhrazeny, prolínají se zde jednotlivá prostředí a druhy úkolů. Od čtvrtého ročníku je učivo řazeno do tematických celků, které jsou průběžně zařazovány mezi ostatní témata.

Prostorová představivost je rozvíjena zejména v prostředích "Parkety", "Skládání papíru" a "Krychlové stavby". Prvním dvěma z výše jmenovaných se budu věnovat jen okrajově, tomu třetímu pak o něco více. Prostředí "Parkety" buduje prostorovou představivost spíše v rovině a to pokrýváním podlah určitých rozměrů danými parketami. Někdy mají žáci podlahu pokrýt jen jedním druhem parket, jindy více druhy, vždy jsou ale vyzváni k hledání více řešení. Úlohy se postupně ztěžují, objevují se od strany 15 druhého dílu.

Úlohy na skládání papíru jsou manipulativní úlohy, kde mají děti podle nákresu správně složit papír. I tyto úlohy jsou řazeny od zahájení školní docházky a zlepšují nejen prostorovou představivost, ale také jemnou motoriku. U složitějších úloh musí žáci papír nejen různě přeložit, ale také správně vedeným střihem docílit vzniku otvoru v poskládaném útvaru. Některé děti jistě dokáží složit a vystřihnout daný útvar jen podle výsledku, pro žáky se slabší představivostí nebo méně zkušenostmi je zařazen i obrázkový postup, který jim pomůže dosáhnout správného přeložení. Zatímco úlohy na skládání papíru a

Ilustrace 10: Ukázka úlohy z učebnice Fraus pro 1. ročník.

krychlové stavby jsou řazeny od úplného počátku, úlohy z prostředí "Parkety" nastupují až později.



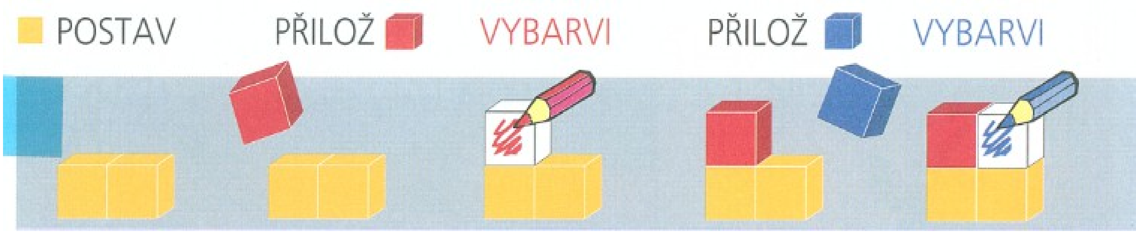
Ilustrace 11: Ukázka úlohy z učebnice Fraus pro 1. ročník - první setkání se zápisem stavby pomocí plánu

Prostředí "Krychlové stavby" je založeno na manipulaci s krychlemi a stavbě různých staveb. Důležitou součástí tohoto prostředí jsou molitanové krychličky, které mají děti k dispozici a pokud ještě nedokáží úlohu vyřešit jen podle portrétu nebo později plánu, stavbu si postaví a manipulují s ní dle potřeby. Tak získají potřebné zkušenosti. V prvním ročníku se začíná jen stavěním podle obrázku, to vidíme např. na straně 9 – žáci mají jen postavit dvě různé věže různě vysoké. Stavby jsou různé, většinou odrážejí rytmické střídání nejen počtu krychlí ve sloupci, ale také střídání barev.

Od strany 28 se žáci seznamují s plánem stavby. Jsou uvedeny dva příklady a na základě jejich analýzy mají žáci odhalit princip, na jehož základě vytvoří plány vlastní. Tato dovednost je procvičována na následujících stranách.

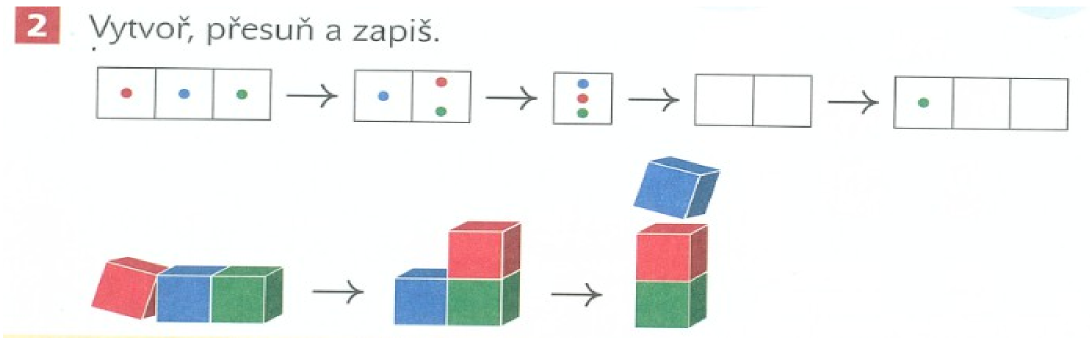
Na straně 30 se žáci seznamují s plánem jako s možností zobrazení reality. Autoři této učebnice pečují i o rozvoj prostorové orientace. Strana 49 rozšiřuje plán stavby o počet krychlí v jednotlivých podlažích. Na straně 56 se žáci seznamují s procesuálním zápisem stavby.

Ve druhém díle žáci upevňují svou dovednost zapsat stavbu plánem a začínají se také objevovat úlohy vyžadující kombinatorické schopnosti a schopnosti organizovat soubor – např. na straně 15 mají žáci vytvořit stavbu ze 4 krychlí a zapsat její plán. Mají hledat více možností, ale i pokud by k tomu nebyli vyzváni, jistě se ve třídě objeví více možností.



I ve druhém ročníku žáci pokračují v práci s krychlemi – kromě zápisů plánů určují, kolik má která stavba podlaží a z kolika krychlí se skládá. Na straně 21 se poprvé objevuje úloha (zatím velmi jednoduchá) na přestavbu. Žáci nejprve postaví stavbu dle plánu a poté přesunou jednu krychli tak, aby stavba odpovídala té na druhém plánu. Poté opět přesunou jednu krychli a získají tak stavbu na třetím plánu. Přesunutím čtvrté krychle vznikne konečná stavba.

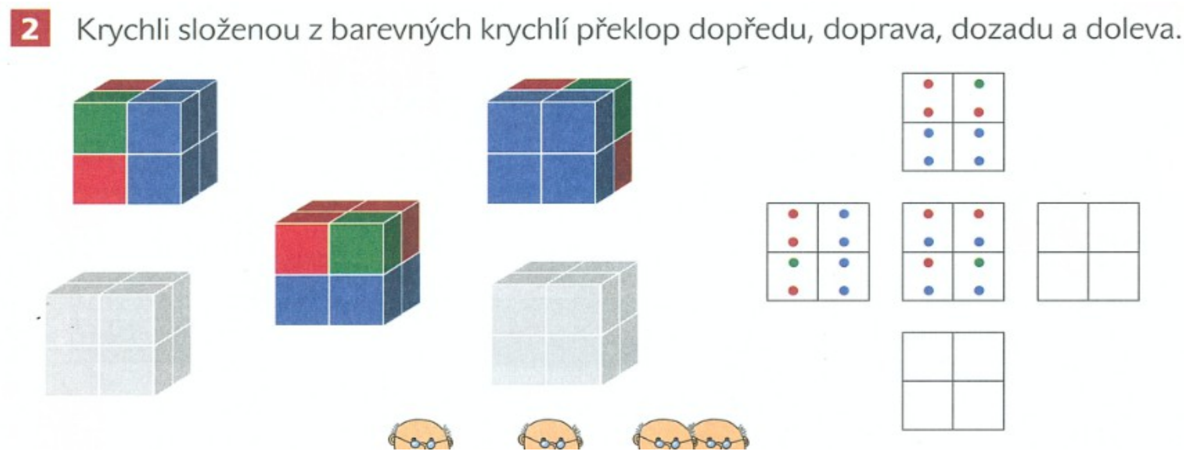
Na straně 31 mají žáci vytvořit jednopodlažní stavby z celkem čtyř krychlí. Jejich úkolem je hledat co nejvíce takovýchto staveb.



Ilustrace 12: Ukázka úlohy z učebnice Fraus, pro 2. ročník. Přestavba podle plánu.

Druhý díl začíná poměrně velkým tématem, kterým jsou sítě krychle. Na rozdíl od jiných učebnic, které jsem v rámci této práce procházela, autoři žákům nepředkládají hototou síť krychle, vlastně ani dětem neříkají, že něco takového tvoří. V podání autorů se žáci stanou krejčími a tvoří oblek na krychli. Ten vznikne tak, že každé dítě dostane šest čtverců a malé kousky lepící pásky. Pomocí lepící pásky spojuje čtverce tak, aby držely na krychli. Až jsou všechny čtverce pospojované k sobě (krychle je celá oblečená), žáci postupně odebírají jeden kousek lepící pásky po druhém tak, aby žádný čtverec neupadl, ale zároveň aby bylo možné šaty rozložit do roviny. Tak vznikne střih na šaty pro krychli (síť krychle). V rámci třídy je pak možno udělat výstavku, nebo jinak prezentovat, kdo jaký střih našel. Tímto postupem žáci najdou všech jedenáct sítí krychle.

Variantami pro střih šatů na krychli je střih pro jeviště (krychli chybí dvě stěny) a střih pro pokojíček (krychli chybí jedna stěna). Zde děti kromě vytváření střihu mohou stěny různě dekorovat (ještě před složením) a po složení se přesvědčit o tom, zda nakreslily vše správně a nevisí jim např. lustr na podlaze.



Ilustrace 13: Ukázka úlohy ze třetího dílu učebnice pro 2. ročník -žáci překlápí barevnou krychli, poté vybarví obrázek a zapíší plán.

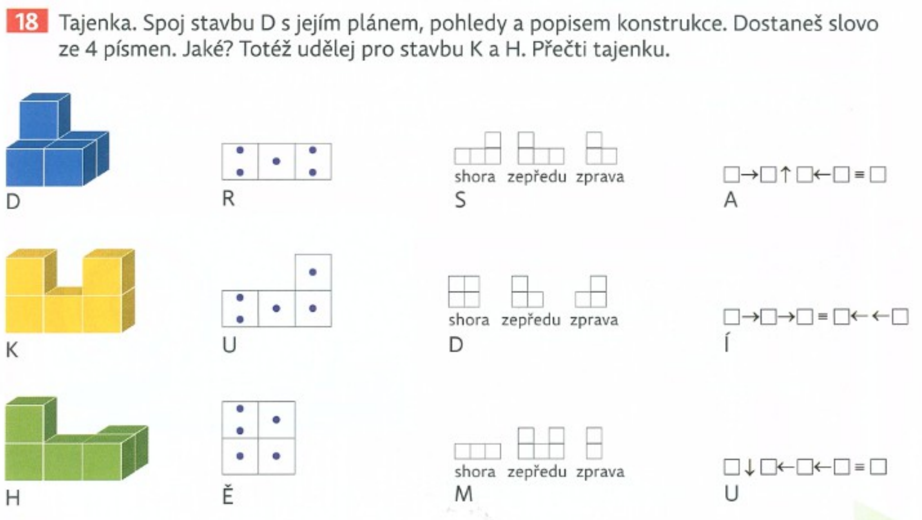
Ve třetím díle se začínají objevovat úlohy na překlápění krychlových staveb. Tak např. na straně 9 mají děti krychli složenou z barevných krychlí překlopit dopředu, doprava, dozadu a doleva a pokaždé zapsat odpovídající plán. Na straně 17 mají žáci rozhodnout, která z nabízených hexamin mohou být střihem na šaty pro krychli. Na straně 21 mají pak žáci na střihu vybarvit dvě protější stěny stejnou barvou.

Téma krychlových staveb je dále rozvíjeno i ve třetím ročníku. Hned na straně 9 v učebnici nalezneme stránku věnovanou tomuto učivu. O každé stavbě nyní žáci umí říct, jak je vysoká, jaký má objem a jaké jsou vztahy mezi stavbami (např. jestli lze jednu stavbu přestavit přesunutím jedné krychle na jinou). Je dále rozvíjena pravidelnost v oblastni krychlových staveb (v tématu "Hradby") a na straně 62 se žáci poprvé seznamují s pohledem zepředu (doposud pracovali pouze s pohledem shora – plánem). Jejich úkolem je přiřadit nárysy odpovídajícím stavbám.

Na straně 90 je zařazena přestavba, kterou už děti také znají z dřívějších úloh z prostředí "Krychlové stavby". Novým úkolem je zaznamenat přestavbu kromě plánu také pohledem zepředu.

Dále se žáci z oblasti geometrie seznamují s kruhem, válcem, koulí, jehlanem a kuželem. Na straně 87 je zařazeno téma "Síť krychle" – je spíše jen přiřazen pojem tomu, co už žáci dobře znají jako střih. Nově zkoušejí vytvářet sítě krychle z různých polymin a také obarvovat stěny dle zadání. Učebnice pracuje nejvíce s různými sítěmi krychle ze studovaných řad.

Ve čtvrtém ročníku se žáci seznamují s rovnoběžníky a rovnoběžkami, rovnoramennými trojúhelníky. Opakuje se učivo o sítích krychle a půdorysu. V prostředí krychlových staveb je nově zaveden procesuální zápis.



Ilustrace 14: Ukázka úlohy z učebnice Fraus pro 4. ročník, strana 51 - žáci se seznamují s procesuálním zápisem stavby a (jsou zde všechny tři průměty)

Na straně 51 již žáci pracují se všemi třemi průměty – jako poslední se přidal pohled zprava. Na straně 69 je vyvozen povrch kvádru, opět na základě vlastní manipulace. Na straně 70 je zařazeno skládání Sonobovy krychle a na straně 72 se žáci seznamují s Mobiovým listem.

V pátém ročníku je zařazeno učivo o objemu a povrchu těles. Dalším tématem jsou konstrukce, žáci mají zadaný postup práce nejen slovním popisem, ale také symbolickým zápisem. Je zde nově zařazen pojem tečna. Na straně 72 je zařazeno učivo o úhlech, kromě klasického geometrického znázornění je učivo znázorňováno také na ciferníku a vzhledem k vlastní ose – o jaký úhel se otočím, když udělám vpravo vbok. Na straně 84 je zařazeno učivo o osové souměrnosti.

7.5 Závěr

Z přiložené tabulky vybraných témat je zřejmé, že všechny vybrané učebnice z geometrie pokrývají shodná základní témata. Učebnice řady Prodos používají ve větší míře odborné termíny (průsečík přímek) a u některých témat jdou také více do hloubky (zařazují např. mimo různoběžných přímek také učivo o mimoběžných přímkách). V této řadě učebnic zaujímá velké místo také rýsování. U této řady učebnic se mi líbí, že některá tělesa zobrazuje i jinak než z pravého nadhledu a zařazuje i úlohy, u kterých žáci musí opravdu přemýšlet. Navíc nepracuje jen se základními čtyřmi tělesy ale najdeme zde i úlohy s jinými, méně tradičními tělesy. Na druhou stranu je někdy postup v probírání učiva velmi rychlý a příliš abstraktní.

Učebnice řady SPN jako jediné zcela oddělují geometrické učivo – to je zařazeno do zvláštní kapitoly na konec učebnice a pracovních sešitů. Toto pojetí může vyvolávat v některých vyučujících dojem, že geometrie je něco zvláštního, odděleného od aritmetického učiva a hlavně – ne tak podstatného (vzhledem ke svému zařazení může vzbuzovat dojem, že se nejedná o důležité učivo). Je tedy možné, že učitel, který je "ve skluzu" mnohem snáze než v jiných učebnicích toto učivo vynechá.

Nejvíce manipulativních úloh nalezneme v učebnicích vydaných nakladatelstvím Fraus, ale úlohy z prostředí krychlových staveb jsou do jisté míry zařazeny ve všech výše studovaných řadách učebnic. Ve všech těchto řadách se také objevila práce se třemi průměty, lze tedy říci, že většina žáků jde na druhý stupeň s jistým povědomým o tomto způsobu zobrazování 3D prostoru v rovině.

8. Analýza dánských učebnic matematiky z hlediska rozvoje prostorové představivost

8.1 Koncepce dánského školského systému

Dánská státní primární a nižší sekundární škola se nazývá "Folkeskole". Tato škola sestává z jednoho roku předškolní docházky, devíti let primárního a nižšího sekundárního vzdělávání a jednoho závěrečného ročníku.

V Dánském království je povinné vzdělávání zahájeno v 6 - 7 letech a ukončeno ve věku okolo 16 let. Pokud jsou dodržovány závazné standardy, nezáleží na tom, zda je vzdělávání poskytováno ve státní škole, soukromé škole nebo doma. Jak se píše v jedné z oficiálních příruček Ministerstva školství, povinné je vzdělání, nikoli škola.

Mezi hlavní cíle patří poskytovat studentům ve spolupráci s rodinou znalosti a dovednosti, které je připraví na další vzdělávání, seznámit je s dánskou kulturou a historií a vytvářet porozumění ostatním kulturám a zemím a samozřejmě rozvíjet osobnost každého žáka. Dále by měla škola zajistit vhodnými metodami a plány možnost získávat zkušenosti a rozvíjet vlastní iniciativu studentů a také budovat víru a vědomí o jejich vlastních možnostech tak, aby byli ochotni převzít odpovědnost. Škola připravuje studenty tak, aby byli schopni spolupracovat a prokazovat vzájemnou odpovědnost a pomáhá jim porozumět jejich právům a povinnostem v demokratické společnosti. Každodenní aktivity školy musí být vedeny v duchu intelektuální svobody, rovnosti a demokracie.

Vzdělávací obsah je rozdělen do tří oblastí, které se dále dělí na konkrétní předměty. Následující předměty jsou pro všechny studenty Folkeskole povinné:

humanitní okruh – dánština (ve všech ročnících), angličtina (3. – 9. ročník), křesťanství (ve všech ročnících, vyjma ročníku, ve kterém je student biřmován), historie (3. – 9. ročník) a nauka o společnosti (8. a 9. ročník)

praktický a kreativní okruh – tělesná výchova (ve všech ročnících), hudební výchova (1. – 6. ročník), design, práce se dřevem a kovem, praktické činnosti (minimálně od 4. do 7. ročníku) a vizuální umění (1. – 5. ročník) okruh přírodních věd – matematika (ve všech ročnících), přírodní vědy a technologie (1. - 6. ročník), geografie (7. - 9. ročník), biologie (7. - 9- ročník) a fyzika/chemie (7. - 9. ročník)

Mezi další témata, povinně zařazená do kurikula Folkeskole patří "Bezpečnost na silnicích", "Zdravotní a sexuální výchova" a "Pracovní a kariérní poradenství".

Folkeskole je jednotná škola, školní třídy jsou tvořeny na základě věkového hlediska. Našemu prvnímu stupni odpovídá zhruba 1. až 5. ročník, ale je nutné si uvědomit, že dánská škola takto vnitřně dělena není. Žáci tedy neznají to, co je v českém školství známo jako "přestup na druhý stupeň". Stejně tak nejsou v Dánsku nijak speciálně vzděláváni učitelé pro děti v začátku školní docházky. Učitelé mají vysokoškolské vzdělání profesního směru, ale jejich vzdělávání připomíná spíše naše vzdělávání učitelů od druhého stupně – student si vybere jeden nebo dva předměty, ty vystuduje a poté je kompetentní je učit ve všech ročnících.

V každé třídě je přibližně 20 studentů, maximální počet studentů ve třídě je 28. Folkeskole není orientovaná na zkoušky, neexistuje zde fenomén propadnutí, ve výjimečných případech sice může dojít k opakování ročníku, ale k tomu dochází zejména z důvodů zdravotních. Základním principem výuky je diferenciace, aby se každý student mohl vzdělávat v co nejlepších podmínkách a maximálně rozvinout své schopnosti.

Stejně jako v České republice, každá třída má svého třídního učitele. Tato tradice má v Dánsku hluboké kořeny. Jeho role je podobná té v naší republice. Třídní učitel má hlavní odpovědnost za osobnostně-sociální rozvoj studentů a má hlavní roli v komunikaci mezi školou a rodinou. Jeho odpovědností je také naplánovat a zorganizovat mezipředmětová témata, je hlavní osobou zajišťující hodnocení studentů a má tedy významný podíl na zajišťování diferenciované výuky – poskytuje potřebné informace ostatním učitelům o svých žácích. Tuto roli většinou zastává vyučující dánského jazyka v dané třídě.

Součástí vzdělávacího procesu je pravidelné hodnocení výstupů. Hodnocení je v dánském školském systému především formativní, jeho úkolem je poskytnout nejen zpětnou vazbu, ale být i východiskem pro další plánování vzdělávacích cílů. Nedílnou funkcí hodnocení je samozřejmě také informovat rodiče o prospěchu jejich dítěte. Hodnocení výstupů musí být prováděno dle souhlasných výstupů v národních kurikulech. Dánsko zavedlo několik národních testů, které mají sloužit k mapování individuálních pokroků a tedy opět k lepšímu plánování dalších vzdělávacích cílů. Národní testování z matematiky je zařazeno po 3. a 6. ročníku. Testy jsou zadávány pomocí počítačů a fungují tak, že pokud student odpoví špatně, je mu položena jednodušší otázka. Pokud odpoví správně, je mu položena naopak otázka těžší.

Výsledky tohoto testování jsou jen jedním z pedagogických nástrojů vyučujícího. Dalším nástrojem jsou studentské plány. Ty se vytváří alespoň jednou ročně pro každého studenta a obsahují výsledky dosavadního vzdělávání ze všech oborů. Tento vzdělávací plán je k dispozici také rodičům studenta.

Kromě těchto testů jsou studenti hodnoceni také "známkami" – tato hodnotící škála je sedmibodová a tvoří ji pět stupňů, které značí, že student uspěl (v různé míře) a dva stupně pro neúspěšné zvládnutí úkolu. Tato škála byla vytvořena tak, aby usnadnila kompatibilitu mezi dánským vzdělávacím systémem a systémy zahraničními a také aby ověřila korelaci mezi školními známkami a akademickými cíli. Zajímavé je, že škála je sice sedmibodová, ale nejlepší hodnocení, které je možné obdržet, je 12. To značí výborné znalosti, dovednosti. Nejnižší hodnocení je -3.

8.2 Postavení geometrie v hodinách matematiky v dánském školním systému

Matematika je vedle dánštiny jediným předmětem, který je vyučován ve všech ročnících. Obecným cílem tohoto předmětu je rozvíjet matematické dovednosti a získat znalosti tak, aby si studenti byli schopni poradit v každodenních situacích. Předmět je organizován tak, aby se prostřednictvím dialogu studenti naučili pracovat s matematikou tvůrčím přístupem a ukázat jim, že matematika disponuje nástroji vhodnými pro řešení každodenních problémů.

Zároveň by měla být výuka matematiky zasazena do širšího rámce – kulturního a sociálního kontextu tak, aby studenti mohli převzít odpovědnost v demokratické společnosti. Základní výstupy jsou formulovány pro 3., 6. a 9. ročník. Jsou rozděleny do dvou dílčích celků – matematické kompetence a matematická témata, která se dále dělí do oblastí algebra, geometrie a statistika a pravděpodobnost. V této práci se budu zabývat okrajově vybranými kompetencemi a cíli z oblasti geometrie. Vzhledem k věkovému zaměření pak vyberu jen cíle, které se týkají jen 3. a 6. třídy, což jsou ročníky zhruba odpovídající našemu prvnímu stupni.

Po třetím ročníku by žáci měli získat následující kompetence (výběr):

- zapojovat se do dialogu

- řešit problémy v kontextu intuitivního myšlení na základě konkrétních materiálů (kompetence k řešení problémů)

- umět pracovat s jednoduchými modely (kresby a diagramy), které zobrazují rysy skutečnosti

- získávat zkušenosti se symbolickým jazykem, umět používat jednoduché matematické symboly (čísla, operace) a spojovat je s každodenním jazykem

- používat jednoduché nástroje – kalkulačky, počítače

V oblasti geometrie by žáci měli být schopni mluvit o věcech z každodenního života v neformálním jazyce geometrie, žáci by měli umět pojmenovat zejména tvary, velikosti a umístění tvarů. Učí se pracovat s modely a zobrazovat realitu v kresbách. Žáci zkoumají a popisují vzory, včetně vzorů symetrických. Dále žáci získávají první zkušenosti s měřením vzdálenosti, plochy, prostoru a hmotnosti, jsou vedeni k zkoumání a experimentování, včetně využívání výpočetní techniky. Geometrické reprezentace jsou propojovány s aritmetikou.

Po šestém ročníku by žáci měli být schopni jednoduchého formálního logického myšlení, používat formální reprezentace a pochopit vazby mezi nimi, znalost matematických symbolů by měla být na takové úrovni, aby žáci pochopili jednoduché vzorce, včetně významu proměnné. Matematické problémy by měli být schopni řešit jak ústně, tak pomocí matematického zápisu. Z oblasti geometrie mají žáci znát a používat metody a koncepty pro popis předmětů z každodenního života, umět postavit jednoduché tvary podle plánu, znát základní geometrické pojmy jako přímka, úhel, mnohoúhelník, kruh. Z oblasti geometrických zobrazení se žáci seznamují s osovou a středovou souměrností a posunutím. K práci s rovinnými modely se přidává práce s trojrozměrnými modely a jejich kresba, experimentálními metodami se žáci seznamují s výpočtem obvodu, plochy a objemu. Součástí výuky je také uvedení do souřadného systému.

Příručka Ministerstva školství je poměrně podrobná nejen co se týče dílčích a komplexních cílů, ale také doporučuje postupy, jakými se má k těmto cílům dospět. Tak např. výuka geometrie má začít pozorováním každodenních objektů a jevů a rozhovory o nich. Studenti se mají seznámit s prvky z reality i skrze kreslení a prací na konkrétních materiálech se buduje představa o geometrických pojmech jako velikost, tvar a nebo symetrie. Geometrie má být vyučována prostřednictvím dialogu, k tomu mohou být nápomocny otázky jako: „Co je na obrázku?“ či „Jaké věci máme ve třídě?“ nebo „Můžeš nakreslit obrázek dvakrát tak veliký?“ nebo „Proč je tento vzor symetrický?“. Zdá se, že otázka symetričnosti a zabývání se vzory je pro výuku geometrie v Dánsku typické. Jak později ukáži na příkladu vybraných učebnic, žáci se velmi zabývají tvořením a navrhováním různých vzorů tvořených různými geometrickými vzory.

Dlouhodobé experimenty by měly rozvíjet v žácích systematičnost a vést je k zobecňování a zdůvodňování. Prací na číselné ose se žáci učí, že čísla mohou být připojena k určitému bodu a že číslo může být znázorněno jako délka a naopak. Výuka geometrie by měla být v souladu s výukou aritmetiky a měly by se vzájemně doplňovat, tak je např. možno využít obdélník, který může být východiskem pro výuku násobilky.

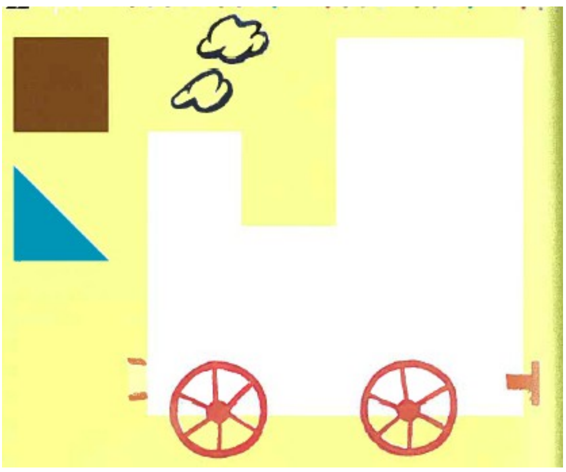
Výuka geometrie ve druhém období (4. - 6. ročník) má navazovat na předchozí výuku. Studenti čerpají z pozorování různých tvarů a vzorů, nově se dozvídají o úhlech v trojúhelníku a v jiných mnohoúhelnících, rovnoběžnosti a o vztahu mezi obvodem kružnice a jejím průměrem. Dále se prohlubují poznatky o trojrozměrných útvarech, které žáci stále zkoušejí kreslit. Tato kresba je vnímána jako model reality a může tvořit základ předběžných úvah, na nichž se později vybudují nové modely.

8. 3 Úlohy z prostorové geometrie ve vybraných dánských učebnicích

Stejně jako v České republice i v Dánském království existuje celá řada materiálů pro výuku matematiky. Jak již bylo řečeno, dánská škola není dělena na dva stupně tak, jak jsme zvyklí, proto i učebnice tuto skutečnost reflektují. Řada učebnic většinou pokrývá všechny ročníky, pro některé existují i sešity předmatematické přípravy.

O tom, že je téma geometrie v Dánsku bráno vážně, vypovídá fakt, že mnoho řad učebnic je rozděleno do dvou dílů – Aritmetika a Geometrie, přičemž díl věnovaný geometrii je stejně velký, jako díl věnovaný aritmetice. Velká část je také věnována práci se vzory, kterou si vysvětluji tím, že Dánsko je zemí, kterou proslavil design. Jak již bylo zmíněno výše, výuka má vycházet z každodenního života žáků, což učebnice plně respektují.

Z těchto dostupných příruček jsem si vybrala učebnice "På opdagelse i matematikkens verden"[2], "Kolorit" a "FlexMat". Učebnice "På opdagelse i matematikkens" a "FlexMat" jsem si vybrala proto, že mají oddělené sešity geometrie a proto se s nimi snadněji pracovalo. Při výběru učebnic jsem byla limitována výběrem učebnic v knihovně univerzity, kde jsem studovala.



Ilustrace 15: Ukázka úkolu z učebnice Kolorit pro preprimární vzdělávání

Kolorit

Učebnice Kolorit má sešit určený pro přípravné třídy Folkeskole, tedy něco jako předmatematickou přípravu. Zde

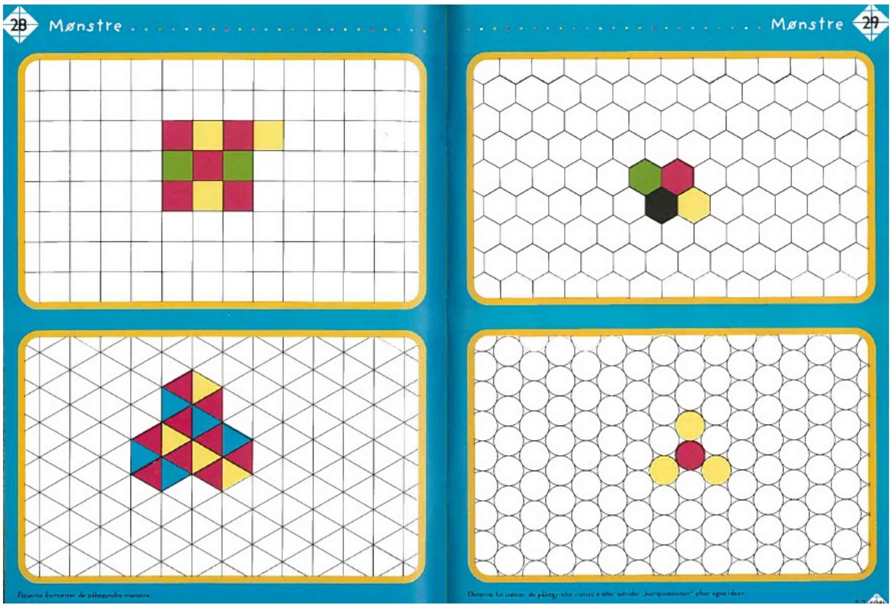
2 Název by se dal volně přeložit jako "Na objevech ve světě matematiky".

najdeme hned na straně 6 a 7 úkol na budování krychlových staveb, žáci mají dle daného půdorysu vybudovat stavbu, spočítat, z kolika krychlí se stavba skládá a spojit ji se správným šuplíčkem. V Dánsku žáci nepoužívají molitanové krychličky, jak je známe např. z řady učebnic nakladatelství Fraus, ale mají krychličky plastové, s délkou hrany 1 cm. Zajímavostí je, že i jejich váha je přesně 1 g, což v pozdějších ročnících nabízí další možnosti provázání. Tyto krychličky se do sebe dají zasadit pomocí malého výlisku. Výhodou je, že žák si stavbu omylem nezboří, nevýhodou pak i pro mě poněkud obtížná rozložitelnost stavby na jednotlivé krychle.

Dále v sešitě předmatematické přípravy najdeme úkol na dokreslování čtverce a trojúhelníku do obrázku – je dán jeho obrys a děti mají vkreslit tyto dva útvary na místo, kam se hodí.

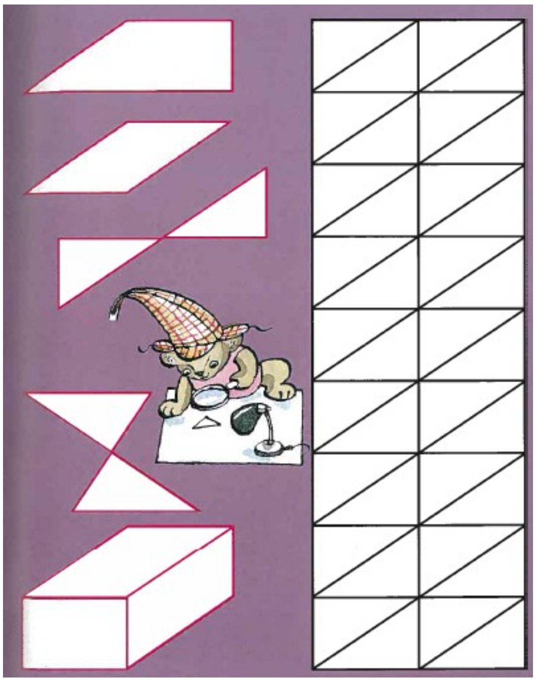
Autoři učebnice také zařazují množství labyrintů a bludišť a také pracují se vzory. Následující úkol zařazuji jako ilustraci a doklad výše řečeného.

Můžeme vidět, že děti v Dánsku nepracují jen se čtverečkovaným papírem,



ale také s izometrickým papírem a vzory vytvářejí také v šestiúhelníkové síti a pracují i s kruhy. Vzory se zabývá několik dalších stran, což svědčí o oblíbenosti tohoto tématu.

V další části práce s krychličkami lze vidět obrázek architekta a městských staveb, takže děti ihned vidí propojení s běžným životem. Nejprve žáci staví stavbičky podle portrétu, poté zkoušejí rozpoznat stejné stavby v různém natočení. Již v tomto ročníku jsou některé stavby zobrazeny z levého podhledu, aby si děti nefixovaly pravý nadhled jako dominantní zobrazení. Jejich úkolem je také zjistit, kolik staveb mohou postavit ze 3, 4 nebo 5 krychlí. Z tvarů se žáci setkávají se čtvercem, obdélníkem, kruhem a trojúhelníkem, pravidelným pětiúhelníkem a šestiúhelníkem. Objevují se i úkoly, kde mají žáci vyhledat daný útvar ve složeném geometrickém obrazci, ale ten mi v dánském pojetí přijde mnohem složitější a zábavnější (viz ilustrace 2).

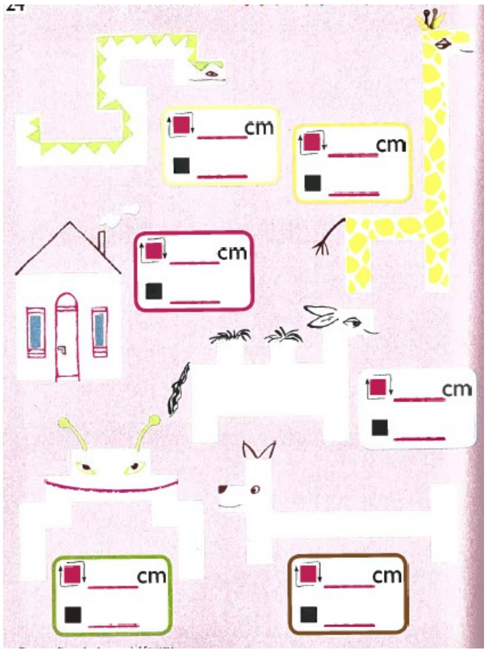


Ilustrace 16: Ukázka úkolu z učebnice Kolorit. Najděte v pravém obrazci tvary z levé poloviny stránky.

Na konci učebnice žáci experimentují s vážením – zde se jim hodí jejich centicubes. Díky jejich přesné váze (každá váží 1 g) mohou na vahách porovávat, co váží stejně jako 20 krychliček, 5 krychliček, atd.

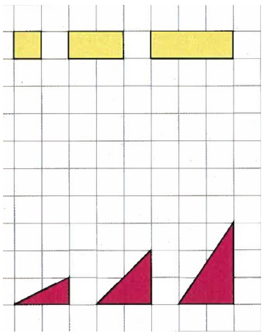
V učebnici pro první ročník žáci vybarvují geometrické tvary dle zadání, tvoří různé vzory, kreslí na čtverečkovaném a izometrickém papíru, jsou pokládány základy osové souměrnosti, pracuje se na geobordu, žáci vyhledávají stejná polymina v různém otočení a rozdělují mnohoúhelníky na daný počet trojúhelníků. Najdeme zde také úlohy, které jsou podobné úlohám z prostředí "Parkety", které nalezneme v učebnicích nakladatelství Fraus. Žáci ovšem neparketují jen obdélníkové podlahy, ale podlahy různých tvarů a dokonce i podlahy s otvorem uprostřed.

Na začátku druhého ročníku se žáci poprvé setkávají s učivem o obvodu a obsahu. Nejprve metrem měří různá tělesa, dokonce pomocí provázku zjišťují obvod kruhových předmětů a nakonec je vyvozen jednoduchý vzorec (pouze pro mnohoúhelníky). Žáci zkoušejí nakreslit útvary s daným obvodem. U učiva o obsahu žáci zkoumají, kolik čtverců se vejde do daného obrazce, jedná se tedy spíše o propedeutiku a přípravu na budoucí učivo. Později se také učí odhadovat velikost obvodu, což je užitečný nástroj nejen pro budování porozumění, ale také ve vyšších ročnících pro kontrolu správnosti výpočtu.



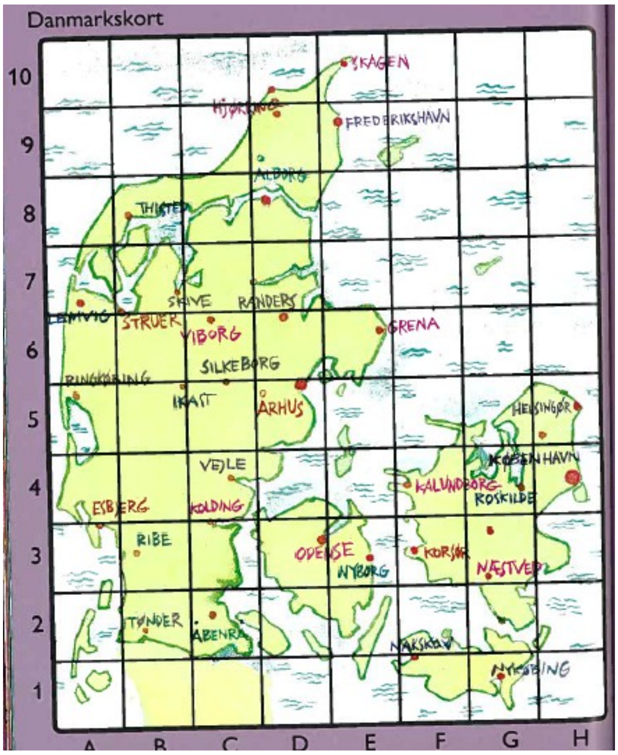
Ilustrace 17: Ukázka z učebnice Kolorit pro 2. ročník, učivo o obvodu a obsahu obrazců

Na konci prvního dílu je úkol, který může sloužit pro vyvození vzorce pro výpočet obsahu trojúhelníku. Žáci mají ve čtvercové síti nakreslené trojúhelníky a nad každým je obdélník o odpovídajícím obsahu. Diskuzí a experimentováním dojdou k závěru, že obsah je shodný s obdélníkem, někteří žáci možná objeví i obecný vztah.


Ilustrace 18: Učebnice Kolorit, první díl: úkol, který může sloužit k vyvození vzorce pro výpočet obsahu trojúhelníka nebo k jeho pozdějšímu hlubšímu pochopení

Na začátku druhého dílu se žáci opět setkávají s osovou souměrností, tentokrát v 3D prostoru. Nejprve jsou dána 4 krychlová tělesa, která žáci zakreslí na "prikpapiret" – ten je obdobou klasického čtverečkovaného papíru s tím rozdílem, že jsou v něm vyznačeny pouze mřížové body - a poté podle naznačené osy nakreslí zrcadlový obraz. Úkol je ztížený v tom smyslu, že žáci musí nejprve sami nakreslit stavbu z určitého pohledu, tzn. nemají daný původní obraz. Až poté, co si nakreslí tento vzor, mohou nakreslit jeho obraz. Na další straně je také zajímavý úkol z oblasti osové souměrnosti ve 3D prostoru – je dána jedna stavba a žáci mají zjistit, jakými všemi způsoby může vypadat její odraz v zrcadle a jaké všechny nové stavby tedy mohou vzniknout. Dále je téma osové souměrnosti rozvíjeno na geobordu pomocí zrcátka – žáci si na kraj destičky postaví zrcátko a pak tvoří různé tvary. Při pohledu do zrcadla pak zkoumají, jak vypadá jejich odraz a jak tvary vypadají celkově.

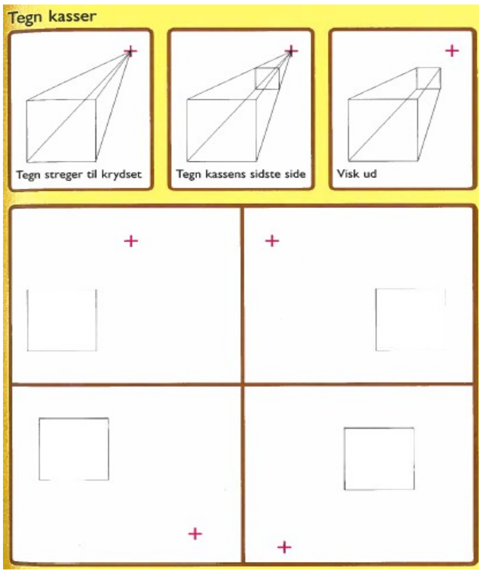
Ve třetím ročníku se v prvním díle žáci seznamují s jednotkou cm^2, ve čtvercové síti počítají, jak velká je jejich ruka a hledají, kdo má největší ruku ve třídě. Dále určují, jaký útvar má největší obsah, někteří žáci mohou dokonce zkusit obsah spočítat přesněji – třeba pomocí "centicubes". Úplně přesně se jim to nepovede, protože kromě čtverce a obdelníku je tu také kruh a dokonce jakási skvrna.



Ilustrace 19: Mapa Dánska rozdělená souřadnicemi - žáci určují souřadnice měst, popř. vyhledávají města podle zadaných souřadnic

Žáci se také seznamují se soustavou souřadnou, a to na mapě Dánska – ta je rozdělena pomocí souřadnic a žáci mají určovat, jaké souřadnice má jaké město, ale také naopak – co se nachází pod danými souřadnicemi. Tuto dovednost následně procvičují ve známé hře "Lodě" a nebo vybarvováním čtverečků daných souřadnic tak, aby získali tajenku ve formě obrázku.

Na začátku druhého dílu učebnice staví panáčka a židli podle návodu. Prostorová představivost je rozvíjena na straně 13 cvičením, kde jsou dána tři prostorová tělesa (polymina, postavená z krychlí) a žáci hledají jejich různá otočení, která jsou nakreslená na stránce. Strany 14 a 15 jsou věnovány kreslení na izometrický papír. Žáci zkouší nejprve dokreslit krychli, poté překreslit jednoduchá krychlová tělesa a nakonec kreslit své vlastní stavby. Líbí se mi, že autoři nakreslili tělesa jak z nadhledu, tak z podhledu. Krychle není na izometrickém papíře zobrazena ve volném rovnoběžném promítání, ale tento papír dětem umožnuje snadnou kreslit prostorová tělesa, pomocné tečky velmi usnadňují práci.



Ilustrace 20: Ukázka ze strany, na které se žáci učí kreslit prostorová tělesa v lineární perspektivě

Na stranách 16 a 17 se žáci setkávají se zápisem stavby a se stavbou podle plánu. Autoři používají stejný zápis jako Molnár ve své řadě učebnic z nakladatelství Prodos. Na straně 18 se žáci poprvé setkávají se sítí krychle, opět je učivo pojato prakticky – žáci si síť nakreslí na prikpapir, vystřihnou a pomocí kousků lepenky slepí. Na straně 21 se učí kreslit s použitím perspektivy. Narýsují čtverec, poté spojí jednotlivé vrcholy s úběžným bodem, ve zvolené vzdálenosti pomocí rovnoběžek nakreslí druhý čtverec a nakonec vygumují přebytečné čáry. Ve cvičeních jsou kvádry rýsovány ve všech čtyřech pohledech – pravý a levý

Ilustrace 21: Úvodní stránka učebnice FlexMat, téma nazvané Město.

nadhled a pravý a levý podhled.

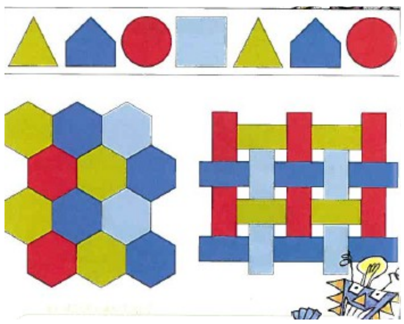
Na straně 64 se žáci seznamují s objemem. Zde je opět výhodou, že krychle, se kterými žáci pracují, mají hranu přesně 1 cm, proto i objem jedné krychle je 1 cm^3. Žáci se tedy rovnou seznamují s reálnou jednotkou, kterou znají i z běžného života. Učí se nejen určit objem dané stavby, ale také nakreslit stavbu daného objemu.

Na dalších stránkách se žáci věnují povrchu – postaví si daný kvádr z krychlí, tomu nakreslí síť a protože spočítat obsah obdélníka a kvádru již umí, je pro ně snadné zjistit celkový povrch. U každého kvádru tedy určí objem i povrch, a zkouší hledat vztahy mezi velikostí povrchu a objemu. Na další straně mají žáci nakreslené různé kvádry, nejprve určí jejich objem a poté nakreslí jejich síť. Tím je ukončeno geometrické učivo tohoto ročníku, bohužel jsem neměla možnost prostudovat učebnice pro 4. a 5. ročník, takže nemohu říci, jak výuka geometrie probíhá v těchto ročnících.

FlexMat

Řada učebnic FlexMat má oddělené sešity geometrie, ty však nejsou pro každý ročník zvlášť, ale jsou vždy pro 3 ročníky spojené do jednoho. Pro každé toto období jsou dva sešity (celkem tedy 4 knihy pro 6 ročníků).

Pro první období má učebnice několik tematických okruhů zastřešených jedním okruhem z lidského života. Díl nazvaný "Fra kant til figur"[3] začíná okruhem "Město". Žáci si prohlíží obrázek a povídají si o tvarech, které vidí nejen na obrázku, ale které vidí denně kolem sebe ve městě.



Ilustrace 22: Ukázka ze strany 20 - práce s vzory, tvořenými geometrickými útvary.

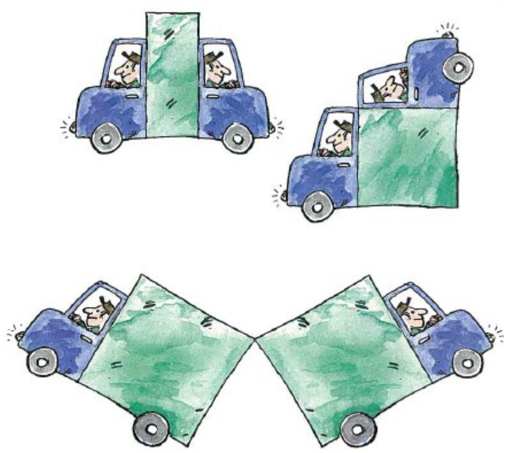
Následující strany jsou věnovány jednotlivým základním útvarům – nejprve jsou to "domy trojúhelníků" a "domy čtyřúhelníků", pak si žáci zkouší skládat vlastní domy z různých tvarů. V těchto úlohách se žáci seznamují se základními geometrickými tvary, ale také si rozvíjejí svoji představivosti a fantazii.

3 Od čáry k tvaru (volný překlad autorka)

I tato učebnice se věnuje práci se vzory. Začíná na straně 220 a autoři nejprve předkládají žákům vlastní vytvořené vzory z geometrických tvarů a na následujících stranách žáci diskutují nad vzory, které vidí v běžném životě kolem sebe.

Dalším tématem je základní práce s mapou a pohybem v ní, kterou nás provádí kapitán Enoeje. Žáci mají nejprve pomocí šipkového zápisu dovést kapitána a jeho posádku k zásobám jídla, na dalších stranách je již představena mapa, rozčleněná pomocí souřadnic a žáci v ní opět pomocí šipek hledají různé trasy a cíle.

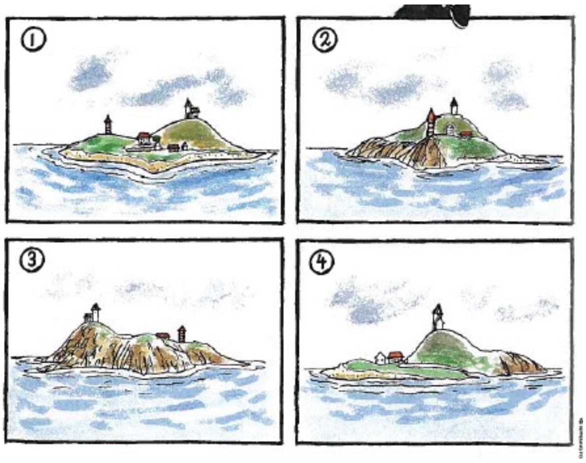
Následující téma se zabývá měřením – nejprve se žáci seznamují s pojmy malé/velké (zde konkrétně malé zvíře – velké zvíře), odhadují různé velikosti a získávají zkušenosti s prvním měřením. Toto téma je spojeno s tělesnou výchovou – žáci měří a porovnávají své výsledky ve skoku do dálky a do výšky a porovnávají je s rekordy ze světa zvířat.



Ilustrace 23: Experimenty se zrcátkem v učebnici FlexMat.

V tématu "Věže" se žáci seznamují s různými kvádry a válci a různými řešeními střech u věží a téma "Malíř Pinoldi" uvádí žáky do souměrnosti – nejen osové, ale také středové. Žáci opět experimentují se zrcátkem a zkoumají, jak se malba a odraz změní, když k ní přiloží různými způsoby zrcátko.

Ve druhé knize pro toto období (Tal og figurer) se žáci věnují labyrintům – zkoušejí řešit různě obtížné labyrinty a bludiště a povídají si také o známém labyrintu v Troji. Druhé téma je věnováno vážení – váží se různé předměty a opět jsou žáci vedeni k rozvoji odhadů. Znalost a dovednost vážit věci je okamžitě použita v praxi – žáci společně pečou muffiny.



Ilustrace 24: Odkud byly pořízeny pohlednice? Žáci určují, kde fotograf stál při pořizování těchto záběrů.

Ilustrace 25: Pohled shora na ostrov, kde byli pohlednice pořízeny.

V tématu "Nový hrad krále Geose" se žáci seznamují s obsahem (mají porovnat, který ze dvou králů má větší trůnní sál a také odhadovat, kolik čtverců či trojúhelníků se vejde do různých místností), prostorová představivost je rozvíjena v úkolech dláždění podlah (např. různé vzory dláždění hradní kaple).

Následující téma se zabývá sítěmi různých těles – žáci navrhují a tvoří sítě různých kvádrů, hranolů, jehlanů a samozřejmě krychle. Tyto sítě jim nejsou dány, jsou dány jen stěny těchto těles, které žáci přerýsují a slepí k sobě tak, aby vytvořili dané těleso.

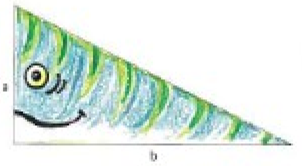
Prostorovou představivost rozvíjí téma "Pan Blitz na ostrově". Žáci mají daný pohled shora na ostrov a pak několik pohlednic z tohoto ostrova a mají určit, z jakého místa byly pohlednice pořízeny. Mohou také nakreslit vlastní a do obrázku zakreslit, kde žáci stáli, když je pořizovali.

V učebnici "Form og moenster"[4] určené pro druhé období (tedy pro 4. - 6. ročník) se nejprve žáci seznamují s některými novými pojmy (úhlopříčka, úhel) a zkouší popisovat různé geometrické obrazce, čímž si zpřesňují své vyjadřování. Ve druhé kapitole se prohlubuje jejich dovednost počítat obsah čtverců a obdélníků. Další kapitola je věnována opět různým vzorům – jejich shodnosti a souměrnosti, žáci

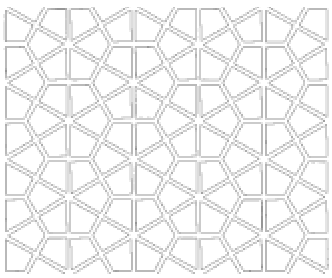
4 Forma a tvar. (volný překlad autorka)

se učí pomocí rovnoběžek posunutí jednoduchého vzoru (trojúhelníku) a seznamují se hlouběji se středovou souměrností.

Je zde také zařazena práce s mapou – žáci vyhledávají nejvhodnější trasy a závěr této kapitoly je věnován časovým

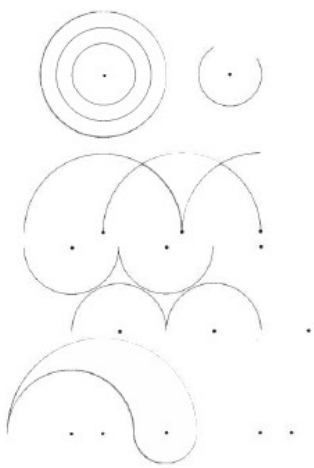


pásmům (je zde tedy propojení na zeměpisné učivo). Další kapitola se věnuje pracovním výkresům - žáci zkouší kreslit svůj pokoj a různé krabice – ty mají nakreslit tak, jak vypadají zepředu, shora a zprava a nakonec nakreslit jejich síť. Závěrečná



kapitola je věnována vazbě na výtvarné umění, protože žáci se zde setkávají s lineární perspektivou a to nejen pozorováním svého okolí, ale také pozorováním vybraných děl světového malířství (obraz Poslední večeře Páně).

Poslední kniha této řady (Tal og rum)[5] začíná učivem o objemu, zajímavá je



kapitola věnovaná školní zahradě – zde se žáci věnují přesnému tvoření oblíbených dětských her v terénu (například skákací panák). Další kapitola je věnovaná různým geometrickým tvarům, kterou nás provází rybář. I geometrické tvary mají podobu ryb. Žáci se již podrobněji seznamují s trojúhelníkem (výška, obvod, obsah), rovnoběžníkem, lichoběžníkem a kruhem (poloměr, průměr, výpočet obvodu a obsahu). Kapitola nazvaná "Cirkus Prismus" se věnuje prostorovým tělesům – jsou utříděny poznatky o výpočtu povrchu a objemu a žáci se seznamují s některými méně obvyklými tělesy (pětiboký hranol).

Ani v této knize nechybí kapitola věnovaná vzorům – žáci se učí vytvářet vzory složitější, tvořené např. ze šestiúhelníků a také z kružnic. Tato cvičení nejen že jsou pro žáky zajímavá a vnímají je jako hru, ale také rozvíjejí jejich fantazii a dovednost

5 Čísla a prostor (volný překlad autorka)

přesně rýsovat.

Závěrečná kapitola se opět věnuje prostorovým tělesům – tentokráte se žáci seznamují s jehlanem a kuželem (i komolými), válcem a trojbokým hranolem.

På opdagelse i matematikkens verden

Tato řada učebnic je pro každý ročník rozdělena do dvou knih – Aritmetika a Geometrie. Na začátku najdeme vždy kapitolu určenou především učitelům, kde jsou vedle základních metodických poznámek i nápady na skupinové a rozšiřující aktivity. Zde mě zaujala aktivita, která uvádí žáky do perspektivní kresby – žáci si na okno nalepí průhlednou fólii a přesně obkreslují, co vidí za oknem. Je tedy dobré, aby si žáci fólii nalepili tak, aby kreslili něco, kde se perspektivní zkreslení objeví a ne např. oblohu. Tato aktivita je několikrát opakována a prohlubována, až vyústí v seznámení s úběžníky a úběžným bodem.

Do světa geometrie žáci vstupují stavbou tvarů ze stavebnice "Polydron". Tyto modely zkouší přenášet na karton a vyrábí jejich sítě. I tato řada pracuje poměrně často se vzory a osovou souměrností – žáci mají kreslit různé vzory a pozorovat je v zrcátku a poté zkusit nakreslit tento odraz. Později žáci zkoumají, co se s odrazem stane, když k sobě postaví dvě zrcadla tak, aby svírala úhel 90° a nebo když postaví dvě zrcadla naproti sobě. Kromě pozorování vzorů v zrcadle si žáci kreslí různé tvary na průhledné fólie a ty pak přes sebe různě překládají a zkoumají, co vznikne. Tyto aktivity nejen že rozvíjejí prostorovou představivost, ale také fantazii a kreativitu žáka.

Tato řada učebnic používá izometrický papír již od druhé třídy a žáci zkouší nakreslit svoji první krychli a první krychlové stavby. Kromě krychle se žáci seznamují s kruhem

Ve třetí třídě se pomocí geometrie žáci seznamují s pojmem polovina – zkouší různě překládat čtverec, který si nejprve musí vystřihnout z papíru A4. V tomto ročníku se také začíná stavět z "centicubes" – žáci mají vytvořit libovolný útvar a ten nakreslit na izometrický papir, tyto útvary si žáci porovnávají a diskutují o nich. Zkouší odhalit, kolika různými způsoby můžeme spojit tři krychle (autoři sami navrhují, že pokud mají žáci zájem, mohou to samé zkusit i pro 4 a 5 krychlí). Poté žáci mohou hrát různé hry – např. jeden žák sestaví stavbu ze 4 kostiček a druhý žák hádá, jak jsou kostky sestaveny. Když si myslí, že ví, jak vypadá spolužákova stavba, nakreslí ji na izometrický papír. Poté si práci zkontrolují a vymění si role.

Čtvrtý ročník začíná učivem o rovnoběžkách - žáci je zkouší rýsovat a opět s nimi zkouší experimentovat – nakreslí je na průhledné fólie a otáčením a posouváním tvoří různé vzory. Dalším tématem je čtverec – nejprve se žáci pozorováním učí pojmenovávat jeho vlastnosti a poté ho i konstruovat. I konstrukční úlohy od žáků vyžadují přemýšlení – jejich úkolem je například sestrojit čtverec s obsahem 64 cm^2 a zjistit, zda lze vytvořit čtverec s polovičním obsahem, nebo s obsahem dvakrát tak velkým. Na toto téma navazuje učivo o obdélníku a rovnoběžnících. I u těchto útvarů žáci zkouší hledat obvod a obsah. Poté se učebnice věnuje trojúhelníkům – opět se mluví o různých vlastnostech, které jsou objevovány v manipulačních činnostech (překládáním papíru vytvořit a vystřihnout trojúhelník, následně ho překládat tak, aby byly vidět těžnice, střední příčky a výšky). Obsah je prozkoumáván tvořením trojúhelníků na geobordu.

Je zde zařazeno také učivo o úhlech – pravý úhel, co největší úhel, co nejmenší úhel, ale také porovnávání velikostí úhlů a používání úhloměru a výroba vlastního. Žáci se také učí o úhlech v trojúhelníku – vystřihnou trojúhelník, různými barvami vybarví různé úhly, odstřihnou je a dají k sobě, následně popisují, co pozorují. Novou zkušenost žáci získávají při tvorbě prvních pracovních výkresů. Nejprve vytvoří krychli z kartonu a pak ji zobrazují ve 2D prostoru různými způsoby – nejprve pomocí tří průmětů, poté na izometrický papír a nakonec ve volném rovnoběžném promítání. Hledají různé výhody a nevýhody těchto zobrazení. V závěru učebnice jsou žáci vyzváni k tomu, aby zkonstruovali hrací plochu pro hry "mlýn" a "dáma", a tyto hry si zkusili zahrát.

Na začátku páté třídy žáci opakují obvody a obsahy různých obrazců – čtverce, obdélníka, rovnoběžníku a trojúhelníku a také objem kvádru. Nově se žáci učí, jak spočítat obvod a obsah kosočtverce, lichoběžníku a pravidelného šestiúhelníku.

V tomto ročníku se také poprvé objevuje práce s kružítkem – žáci mají rýsovat kružnice daného poloměru a zkouší také určit, jaké tvary lze do kružnice vepsat (trojúhelník, šestiúhelník, dvanáctiúhelník). Dále se prohlubuje učivo o úhlech (jak rozdělit úhel na poloviny) a o geometrických tvarech (úhlopříčky). Ve čtvrtém ročníku se žáci seznámili s pracovními výkresy, pokračuje se s nimi i v tomto ročníku – žáci zkouší nakreslit různé předměty v daném měřítku (hranoly a jejich sítě) a také vytvářejí další hry – tentokrát jsou to dva různé druhy tangramů. Z nových těles se žáci setkávají s válcem a na konci učebnice jsou žáci vedeni k zobrazování prostoru pomocí tří průmětů – mají nakreslit do sešitu různé předměty (papírovou krabici, cyklistické kolo, džbán) při pohledu zepředu, zprava a shora. Navíc mají hledat předměty, které vypadají podobně ze dvou stran a ze tří stran.

8.4 Závěr

Geometrické učivo je v dánských učebnicích zařazeno v mnohem větší míře než v českých učebnicích. Postavení geometrie je na stejné úrovni jako učivo aritmetické a geometrie zde není vnímána jako cosi okrajového, co do matematiky vůbec nemusí patřit. Už jen zběžný pohled nám ukáže, že toto učivo je také pojato úplně jinak, než v českých učebnicích. Dle obecných zásad, je veškeré učivo vázáno na běžný život a při seznamování s učivem buď přímo z reality učebnice vycházejí, a nebo je v ní učivo ihned aplikováno. Žáci nejsou od prvních ročníků seznamováni s pojmy, geometrie vychází ze zkušeností dětí – hledají a pojmenovávají se tedy tvary v běžném životě, s těmito tvary se manipuluje. Mnohem méně zde najdeme úkoly na rýsování a vůbec se na prvním stupni nenacházejí konstrukční úlohy. Pokud žáci něco rýsují, jsou to různé geometrické vzory. Zatímco v českých učebnicích se sáhodlouze vysvětluje konstrukce rovnoběžek a kolmic a pak i kontrukce trojúhelníka a obdélníka, v Dánsku toto nikdo neřeší – žáci dostanou pravítko, kružítko a sami si experimentují, kreslí vzory a zdá se, že vše se učí jaksi mimoděk. Geometrie je pro ně spíše hra, způsob, jak poznávat a porozumět světu okolo nás.

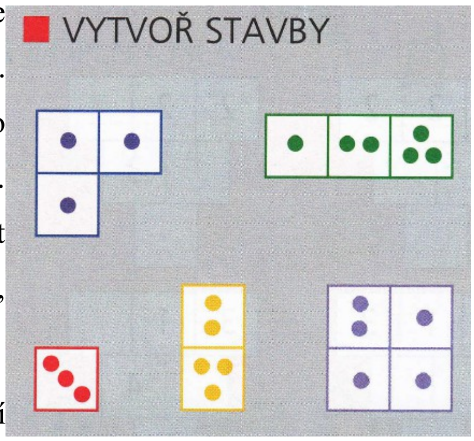
Líbí se mi také využívání různých druhů papírů – ať už izometrického, který umožňuje dětem již skoro od první třídy zakreslovat své krychlové stavby nebo dalších, které rozvíjí fantazii a představivost dětí. Další výbornou pomůckou jsou "centicubes", jejichž jedinou nevýhodou je někdy obtížná manipulace, ale možnosti jejich dalšího využití jsou opravdu nezměrné – díky přesné váze a rozměrům jsou skvělými pomocníky při vyvozování objemu, při učivu o hmotnosti a dánští učitelé je využívají i k výuce sčítání, násobení a zlomků. Bez těchto krychliček se neobejde v počátcích školní docházky jediná hodina matematiky.

9. Kazuistika jedné třídy FZŠ Táborská

ZŠ Táborská je plně organizovanou městskou školou, která má v téměř každém ročníku po dvou paralelních třídách. Tato škola se nachází v historické zástavbě Prahy 4 – Nuslích. Vzdělávací program školy vychází ze zásad respektování individuality žákovy osobnosti a snahy o dosažení co nejlepšího rozvoje jeho osobnosti. Díky spolupráci s Mgr. Kloboučkovou, která na této škole vyučuje matematiku, jsem měla možnost pozorovat výuku v jedné ze tříd a také se této výuky aktivně zúčastnit. Výuku v prvních dvou ročnících jsem analyzovala na základě videozáznamů, které si vyučující pravidelně v hodinách pořizuje. Toto pozorování má ovšem své limity – některé hodiny chybí a v hodinách, které jsou zaznamenány, lze pozorovat jen určitý výsek reality. Přesto toto pozorování může přinést cenné postřehy a umožní nám udělat si představu o tom, jakou výukou (zejména v prostředí krychlových staveb) děti prošly. Paní učitelka má ve třídě jen hodiny matematiky, ostatní výuku zajišťuje Mgr. Roman Kučera, který je také třídním učitelem. V hodinách matematiky žáci používají učebnice nakladatelství Fraus s metodikou prof. Hejného.

1. ročník

V prvním ročníku navštěvovalo sledovanou třídu celkem 23 žáků, z toho 12 dívek a 11 chlapců.[6]



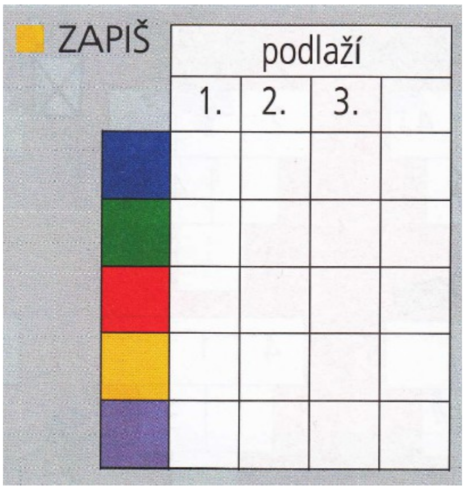
Na videozáznamu je poprvé práce s krychlovými tělesy zaznamenána v hodině ze 6. ledna 2011, tedy zhruba v polovině 1. třídy. V této hodině žáci pracovali v prvním díle na straně 54. Jedná se o úlohu, kde mají žáci dle plánu vytvořit stavby a poté zapsat, kolik krychlí se nachází v 1., 2. a 3. podlaží.

Žáci si nejprve otevřou učebnici a podívají se, na jaké úloze budou nejspíše pracovat. Pokud ji někdo našel, zkouší říci, jaká úloha to je (např. je tam napsáno "vytvoř stavby", "je vlevo na stránce"). Je zajímavé, že

6 Jména žáků v následujícím textu byla v rámci ochrany osobních údajů pozměněna.

nezaznělo "je to úloha u červeného čtverečku", byť žáci toto znají – paní učitelka jim tak úlohy zadává běžně. Dále žáci říkají, co ve cvičení vidí. Zde je vidět, jak myšlení některých žáků jde "napřed" – jsou tam kostky. Na to paní učitelka odpovídá, že tam žádné kostky nevidí. E. říká, že tam jsou tečky, paní učitelka se ptá Václava, co ty tečky znamenají. Ten říká, že to je "kolik je tam kostek, je tam jedna, jedna, to je tři". Paní učitelka se ptá, zda to znamená, že tam jsou tři kostky a jak bychom to nazvali. Po krátké diskuzi správně Šimon říká, že to je plán stavby. Mluví se o tom, kdo plánuje stavby a kdo je pak staví.

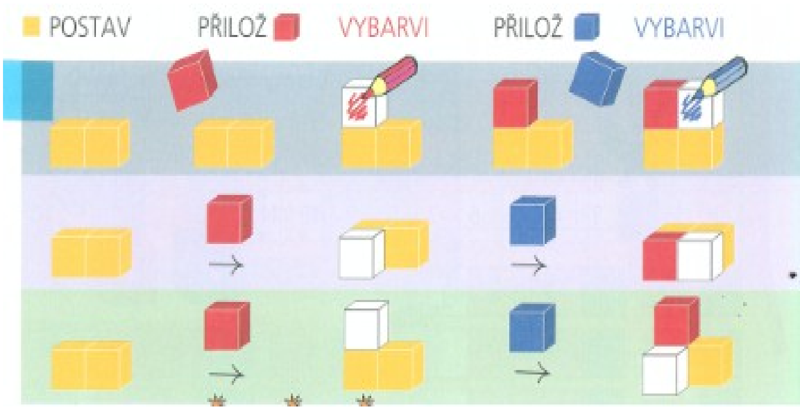
Následně žáci staví předepsané stavby a poté je společně kontrolují. Začíná se modrou stavbou, paní učitelka se ptá, kolik kostek potřebujeme ke stavbě modré stavby. Gustav ukazuje, jak staví stavbu. Paní učitelka se ptá, kolik podlaží má tato stavba a kolik kostek je v prvním podlaží. Děti doplňují tabulku (počet kostek v podlaží je připodobněn k počtu bytů). Stejně se postupuje u zelené stavby, zde se některé děti pletou – místo aby stavěly krychle na sebe, je staví za sebe. Stavbu vlastně "překlopí na zem" – udělají z ní jednopodlažní. Žáci argumentují proč je takto postavená stavba špatně a jak ji postavit správně. U zelené stavby si žáci ukazují první podlaží, druhé a třetí. Některé děti mají tento pojem osvojený více než jiné, což může záležet třeba na tom, zda bydlí v rodinném domě nebo v panelovém domě a zda se tedy s tímto pojmem dříve setkaly a mají o něm nějakou představu. Zelenou stavbu staví Viktorie, bohužel není vidět jak přesně, ale třída s její stavbou nesouhlasí. Za pomoci Stelly je stavba správně opravena a paní učitelka se ptá, co asi Viktorii zmátlo. Někdo odpovídá, že možná to, že "tečky jdou ze strany na stranu" (žák tím myslí, že tečky jsou v plánu rozmístěny tak, jak známe z hrací kostky). S tím paní učitelka souhlasí a opakuje to, co říkal před chvílí Šimon – "nezáleží na tom, jak tam jsou nakreslené, ale na tom, kolik jich tam je." To je podle mě zajímavá



Ilustrace 26: Cvičení, na kterém žáci pracovali 6. ledna 2011

chyba, žák si fixuje polohu kostek podle podle polohy teček v plánu. I u žluté stavby některé děti chybují – nestaví stavbu se dvěma krychlemi v prvním podlaží ale postaví všech pět krychlí na sebe. Tato chyba se u některých žáků občas projevovala ještě ve čtvrtém ročníku při experimentálních rozhovorech. V této chvíli záznam hodiny bohužel končí, nicméně odhaduji, že žáci stejným způsobem úlohu dokončili – postavili a zapsali fialovou stavbu.

Další práce s krychlovými stavbami je zaznamenána hned další den - 7. ledna 2011. Tato hodina byla částečně vedena paní doc. Jirotkovou. Nejprve si děti hrají na vrchní stavitele. Jeden žák staví stavbu – nejprve vybere a ostatním řekne, jaké krychle si mají připravit (počet zadá vyučující). Poté žák staví stavbu tak, že na něj ostatní nevidí a vyučující říká postup, podle kterého staví ostatní žáci své stavby. (Popis první stavby: Vezmete dvě žluté a postavíte je vedle sebe. Další žlutou postavíte před levou žlutou. Teď vezmeme tu zelenou a postavíme ji na ten růžek. Na tu prostřední žlutou.) Následuje společná kontrola. Poté se žáci vystřídají. Druhou stavbu ještě popisuje vyučující, od třetí stavby už pracují vždy dva žáci – jeden staví a druhý popisuje proces ostatním žákům, kteří podle toho staví své stavby. Žáci proces stavby popisují nejčastěji pojmy vpravo od/vlevo od, polož kostku nějaké barvy na kostku jiné barvy (v této fázi je pro děti stále důležitá barva krychle), méně častěji se objevuje pokyn "polož krychli před", skoro se neobjevuje pokyn "polož krychli za".



Ilustrace 27: Cvičení z prvního dílu učebnice pro 1. ročník, str. 56

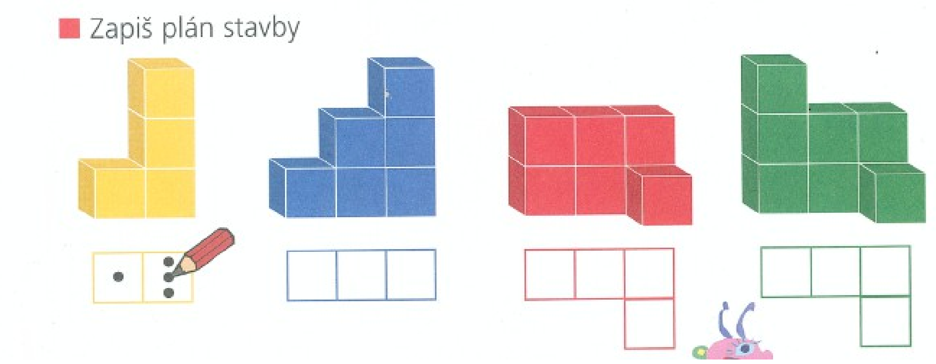
Poté žáci pracují na straně 56, to, co doteď zkoušeli popisovat slovně, mají nyní zaznamenáno obrázkem. Nejprve žáci zkouší popsat obrázek, podle popisu a obrázku staví fyzické modely a nakonec v učebnici tento obrázek vybarvují

Hodina z 11. ledna 2011 navazuje v části věnované krychlovým stavbám na činnost započatou ve výše zmiňované hodině. V učebnici odpovídá činnosti na straně 57, žáci ovšem nejprve pracují jen podle slovního popisu, bez učebnice. Mají si postavit jednopodlažní stavbu ze dvou žlutých krychlí a zapsat její plán. Poté ve shodě s učebnicí žáci přiloží červenou krychli a znovu zapisují plán nové stavby. Nakonec žáci přiloží modrou krychli vedle červené a znova zapisují plán. Žáci pracují samostatně, každý se svými krychlemi. Po dokončení této stavby překreslí žáci plány do učebnice a samostatně zkouší vypracovat poslední stavbu. Bohužel nevidíme, jak žáci pracují, protože kamera zabírá jako celek třídu.

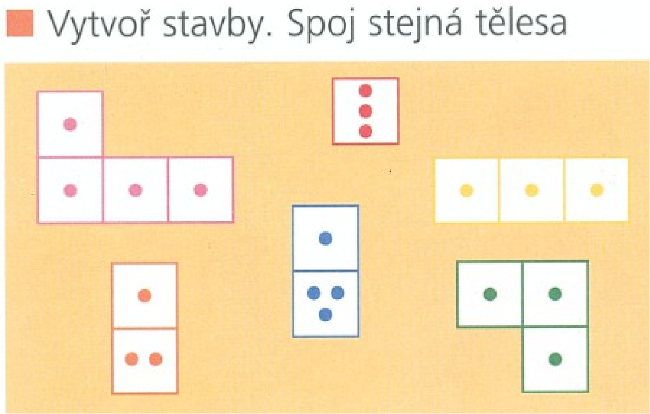
V hodině ze 7. února žáci pracují společně a mluví o stavbách zapsaných plánem na tabuli. Nejprve zkouší říci, kolik má stavba podlaží a kolik má krychlí v prvním podlaží. U stavby označené trojúhelníčkem několik dětí tvrdí, že stavba má v prvním podlaží 3 krychle. Petr se snaží ostatní přesvědčit o tom, že stavba má v prvním podlaží 4 krychle, protože "ta jedna z té věžičky je tam dole, v tom prvním podlaží." To se mu ovšem nedaří a Václav mu odporuje s tím, že "to je součet tři", třída s ním souhlasí, a tak se paní učitelka znovu ptá, jak se tedy přesvědčit o správnosti řešení. Václav odpovídá, že "nás je víc" – což není uznáno jako argument, je zajímavé, že nikdo z dětí nepřišel s návrhem stavbu postavit, tento návrh musí nakonec vzejít od paní učitelky. Ani postavení stavby však situaci nerozhodlo, protože Václav postavil stavbu sice odlišnou od plánu, ale většina třídy se přiklonila k jeho řešení. Vznikla proto diskuze o tom, jaký je plán stavby a ujasnění tohoto pojmu. Nakonec musela situaci rozetnout paní učitelka a jako správné označit řešení Petra a jeho skupiny. Ani po tomto si však některé děti nebyly jisté s odpovědí, a i v mém experimentu se ukázalo, že některé děti podle plánu někdy staví nesprávně – někdy na sebe dávají krychle ze dvou sloupců, jindy dávají krychle z vyšších podlaží do prvního podlaží. V této chvíli je u některých dětí vidět velká nejistota při stavbě podle plánu, což je možná dáno tím, že tento zápis je dětem předložen autory učebnice, kdežto všechny ostatní postupy si děti vytvářejí samy. Možná by bylo dobré, nechat je nejprve vymýšlet vlastní způsoby zápisu a až později dojít k plánu stavby – který by ovšem vzešel z potřeb dětí.

Další hodina zaznamenaná 8. února se věnuje stavbě podle plánu. Děti ho čtou z tabule a každý si staví u sebe na lavici. Poté vybarvují na tabuli v černobílém portrétu odpovídající krychle odpovídající barvou. Zdá se, že toto se dětem daří mnohem lépe, přestože i zde se staví podle plánu. Tato aktivita odpovídá úloze na straně 63, kterou žáci vypracovávají společně.

V hodině z 10. února děti pracují společně, mají na tabuli zapsané plány 4 staveb, nejprve si povídají o tom, kolik je krychlí v prvním podlaží. Václav správně odpovídá, že v prvním podlaží jsou 4 krychle. Zdá se, že velmi dobře pochopil, co je podlaží a jak reálnou stavbu zobrazuje plán. (Byl to právě on, kdo v hodině ze 7. února zastával nejvíce názor, že v prvním podlaží je jiný počet krychlí, než odpovídalo plánu). Na konci této hodiny mají děti postavit stavbu podle zadaného plánu, lze vidět, že tato činnost dělá některým velké problémy, správně postavit stavbu se podařilo až Šimonovi za asistence paní učitelky – bylo nutno stavbu rozfázovat – nejprve postavit první podlaží, poté druhé, atd.

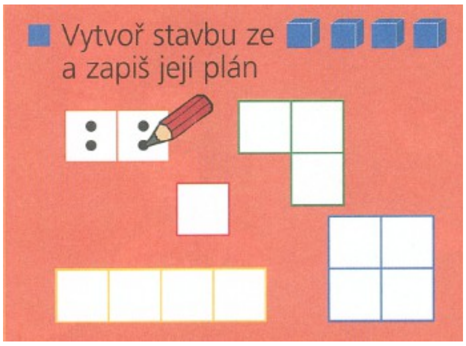


Další zaznamenaná hodina, ve které se žáci alespoň zčásti věnovali práci s krychlovými tělesy, byla 16. února 2011. Žáci pracovali na cvičení na straně 8 druhého dílu učebnice. Stavby si měli nejprve postavit a poté odpovídali na doplňující otázky paní učitelky – kolik má stavba podlaží a kolik je krychlí v prvním podlaží. Žáci také ukazují tyto krychle v plánu. U dalších staveb již plány tvoří sami, a to tak, že vždy nejprve ukáží krychle v odpovídajícím podlaží a poté je zapíší na správné místo do plánu. Zdá se, že zápis plánu podle stavby je pro děti jednodušší, než stavba podle plánu a tato činnost je pro ně jednodušší, pokud je alespoň částečně rozfázovaná a je poskytována slovní dopomoc a vedení učitele.



Ilustrace 29: Úloha ze strany 14.

V hodině ze 4. března 2011 se žáci věnují úloze na straně 14. V této úloze mají nejprve vytvořit stavby podle plánu a poté spojit stejná tělesa. Tato úloha je pro žáky typově nová, proto je doprovázena názornou demonstrací vyučujícím. Nejprve vyučující postaví růžovou stavbu a poté se zeptá, jaká stavba by mohla odpovídat. Nejprve mluví Jiří, který si myslí, že by to mohla být červená stavba. Manipulací přijdou na to, že tyto plány neodpovídají. Přihlásí se Vasko, který správně říká, že růžovému tělesu odpovídá modrá stavba. Stejným způsobem pokračuje práce i s oranžovou stavbou – Anna správně zdůvodňuje, že oranžovou stavbu můžeme spojit se zelenou – jsou to stejná tělesa. Nakonec Agáta ověří, že se shoduje i červená a žlutá stavba.



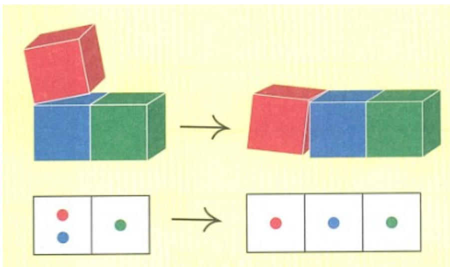
Ilustrace 30: Cvičení na straně 15.

7. března 2011 se žáci pokoušeli najít co nejvíce různých staveb ze 4 krychlí a nakreslit jejich plány. Pracují ve skupinách zhruba po 4 žácích, po určitém časovém úseku si práci společně zkontrolují – nejprve určí, zda stavba odpovídá zadání a poté, zda se stavba liší od těch předchozích. Skupina, kterou zabírala kamera, vytvořila celkem 13 staveb. Bohužel, ne všechny jsou vidět celé (některé jsou v zákrytu za ostatními), takže není možné přesně určit, kolik z nich bylo správně a kolik ne, popř. jaké stavby přesně vytvořili, ale ze společné kontroly se zdá, že dokázali vytvořit celkem 12 odlišných staveb. Druhé skupině se povedlo vytvořit celkem 7 různých staveb a třetí skupina měla 6 různých staveb. Dále se třída pokoušela zjistit, zda existuje více než 12 různých staveb. Tuto činnost řídila paní učitelka, aby dětem usnadnila organizaci souboru.

Nejprve zjistili, kolik je čtyřpatrových staveb. Tato existuje jen jedna a tak přešli na třípodlažní stavby. Opět našli všechny třípodlažní stavby a stejným způsobem pokračovali dál. Nakonec třída došla k závěru, že není možné vytvořit ze 4 krychlí více než 12 různých staveb.

V závěru hodiny pracoval každý žák sám na úloze na straně 15 – ze staveb, které vytvořili, si některé vybrali a zapsali jejich plány do připravených políček.

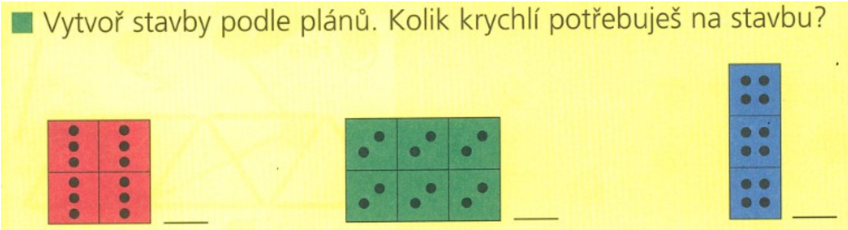
Hodina 10. března navazuje na hodinu ze 7. března – děti pracují ve dvojicích a mají stejný úkol – vytvořit co nejvíce staveb ze 4 krychlí. Novým omezením je, že smějí pracovat jen se 4 krychlemi, tedy to, že vytvořili stejnou stavbu poznají jen porovnáním plánů, nikoli staveb, jak tomu bylo v předchozí hodině. Zvlášť je zaznamenána činnost Václava, který dostal úkol odlišný – má vytvořit co nejvíce staveb z pěti krychlí, ale v prvním podlaží smí být nejvýše 3 krychle. Protože je tato jeho činnost zaznamenána v detailu, můžeme přesně sledovat nejen jaké stavby vytváří, ale také jak zapisuje plán – Václav si stavby staví přímo na čtverečkovaný papír, který má čtverečky stejně velké, jako je jedna stěna krychle. Nejprve vytvoří celou stavbu a poté postupně zvedá jednotlivé sloupce stavby a na papír kreslí odpovídající počet teček.



Ilustrace 31: Cvičení na straně 34: Vytvoř stavbu, a zapiš její plán. Žáci mění stavbu přesunutím jedné krychle.

Další kamera snímala při práci ostatní děti – některé z nich postupují při zápisu plánu stejným způsobem jako Václav, bylo by zajímavé zjistit, zda se tato tendence objevila u více dětí nezávisle na sobě, nebo zda ji nějaký žák vysvětlil svým spolužákům a ti ji přijali za svou. U jedné dvojice bylo zřejmé, že tuto taktiku používá i pro zjištění, zda se jim plán vejde na vybrané místo čtverečkovaného papíru. U jedné z dvojic se stalo, že si postavili stavbu tak, že v prvním podlaží měli dvě krychle a poté si postavili dvě krychle na sebe a tuto "věž" umístili na střed prvního podlaží (nejednalo se tedy o krychlovou stavbu tak, jak jsme ji vymezili dříve). Poté dvojice zjistila, že vlastně neumí tuto stavbu zapsat plánem, což je vedlo ke zpětné korekci a stavbu mezi výsledky nezařadili.

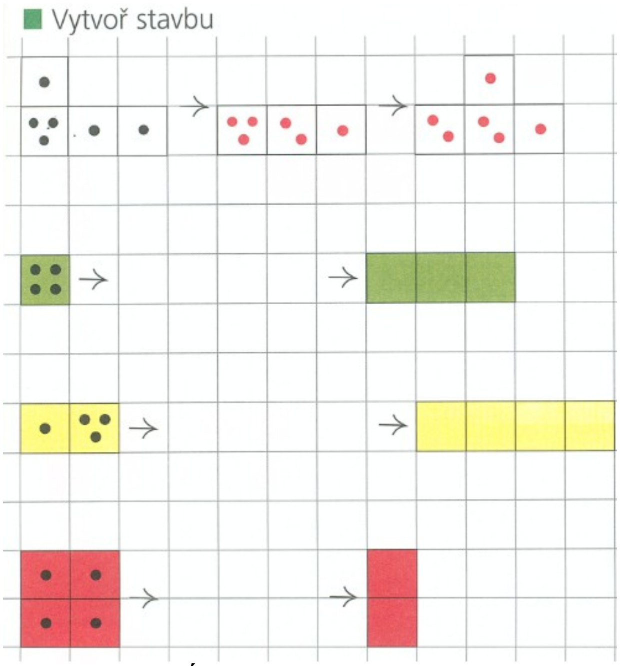
29. března žáci ve skupinkách řešili úlohu na straně 20. Můžeme sledovat skupinku dívek, které spolupracují. Je vidět, že se při stavbě modré stavby nechali zmást plánem, který je zadán tak, že může vypadat jako tři na sobě stojící krychle (doposud byly podobné stavby zadávány tak, že čtverce byly umístěny vedle sebe, nikoli na sobě). Dívky tuto stavbu tedy postavily jako kvádr o výšce šest krychlí a šířce dvě krychle. Jejich odpověď (na otázku "kolik krychlí potřebuješ na stavbu") tak sice byla formálně správná, jednalo se ale spíše o náhodu. Stejnou chybu udělaly při stavbě červené stavby, nejedná se tedy o náhodu, nebo chybu z nepozornosti, ale o špatnou představu toho, jak plán funguje. Bohužel není vidět zelená stavba, takže není možné posoudit, jak se tato misinterpretace projevila v tomto případě. Podle reakce paní učitelky mělo stejný nebo podobný problém více skupin. Skupina Šimona správně vytvořila všechny tři stavby, a tak je paní učitelka požádala, aby vysvětlili, jak postupovali i ostatním. Šimon řekl, že počet teček znamená, kolik je kostek na sobě. I po tomto vysvětlení se dvě žákyně přihlásily, že si stále nejsou jisty, jak by měly stavby správně postavit. Paní učitelka žáky proto požádala, aby se vrátili zpět do původních skupin a zkusili stavby znovu postavit.



Ilustrace 32: Cvičení na straně 20

V hodině 12. května žáci zkoušeli stavět podle slovního popisu a sami zkoušeli vytvořit zápis tohoto postupu. Během diskuze si vyjasňují správná řešení. Děti zkontrolují návod na tabuli s návodem na straně 28, hledají, co všechno je jinak (paní učitelka změnila některé barvy, pravolevou orientaci). Při další práci na straně 34 je vidět, že některé děti stále mají potíže při interpretaci plánu a ke správnému řešení dojdou jen s pomocí paní učitelky. V této úloze získávají žáci první zkušenosti s přestavbou, tj. že stavbu můžeme měnit bez toho, aniž bychom přidávali nové krychle. Učí se také evidovat více řešení a rozvíjí se trpělivost při hledání více řešení. V závěru hodiny je řešena úloha na straně 35. Nejprve si opět každý žák postaví danou stavbu a paní učitelka se ujistí, že všichni žáci plánu správně porozuměli. Poté se zeptá Šimona, co musíme udělat, abychom získali druhou stavbu. Šimon popisuje, jak bude přesunovat krychle. Poté přejdou na stavbu pod ní a opět zkouší přijít na to, jak přesunout jednu krychli, aby zůstal dodržený daný půdorys (vezmu tu jednu kostku a přesunu to tak, aby to vyšlo stejně). Další dvě stavby již žáci řeší samostatně.

Na konci května se žáci věnovali nové aktivitě v oblasti krychlových staveb – přestavbě. Žáci měli za úkol zjistit, jak mohou stavbu změnit přesunutím jedné krychle a tuto novou stavbu zapsat do odpovídajícího plánu (žáci měli vybrat nevyplněný plán, který se hodí pro jejich stavbu). Nejprve pracovali všichni společně na tabuli, poté každý sám vypracoval odpovídající cvičení na straně 42. V následujících hodinách žáci pracovali samostatně na úlohách v pracovní učebnici. 14. června měli žáci samostatně vypracovávat úlohy na straně 51, při této práci můžeme sledovat Annu. Ta při řešení úlohy na krychlové stavby potřebovala dopomoc paní učitelky. Nejprve si postavila černou stavbu, kterou přestavila podle zápisu v učebnici. Zde udělala menší chybu, kterou s pomocí paní učitelky opravila. Třetí stavbu již postavila správně. U zelené stavby je úkol obtížnější – žáci již sami mají určit, jak bude vypadat prostřední a poslední stavba, přičemž je třeba, aby se poslední stavba přesně vešla do nakresleného půdorysu. To se Anně u zelené stavby povedlo napoprvé. Ani žlutá stavba jí nečinila potíže, pouze u červené stavby měla Anna problém – správně si postavila výchozí stavbu, závěrečná stavba jí vyšla o 90° otočená. Musela tedy začít znova. Na druhý pokus si postavila stavbu zrcadlově



Ilustrace 33: Úloha na straně 51.

otočenou té první, takže ani tentokrát nedokázala úkol úspěšně dokončit. Až napotřetí se jí úkol povedlo s úspěchem dokončit, na záznamu můžeme sledovat její zřejmou radost z toho, že se jí to podařilo.

Tímto záznamem končí výuka v prvním ročníku, kde bylo možné sledovat, jak se děti postupně seznamovaly s krychlemi, zápisem krychlových staveb do plánu a pokročily až k náročnějším úlohám, které vyžadují schopnost prostorové představivosti a logického myšlení.

2. ročník

Ve druhém ročníku tuto třídu navštěvovalo celkem 20 žáků, z toho 11 dívek a 9 chlapců. Celkem odešli 3 žáci, nepřišel žádný nový žák.

První aktivita z oblasti geometrie je ze třetího týdne v září, žáci si nejprve zopakovali, co je plán, jak se musíme na stavbu podívat a poté ve skupině stavěli stavby podle plánu na tabuli. I následující otázky jsou spíše opakovací a mají pomoci žákům zopakovat si všechny pojmy a vlastnosti týkající se krychlových staveb – žáci mají například ukázat čtyřpodlažní stavby, stavby, které se skládají ze 3 kostek nebo stavbu, která má ve druhém patře tři kostky. Poté pracují na straně 49 a zjišťují, které stavby již postavili a které plány k nim patří. Kdo má hotovo, samostatně si pracuje na straně 9. Kamera bohužel zabírá prostor uprostřed třídy, takže není možné sledovat postupy jednotlivých dětí.

Naopak, dne 26. září, kdy žáci pracovali ve skupinách na různých stanovištích, máme výbornou možnost pozorovat žáky při práci na straně 13. Zatím je stále nedílnou součástí práce žáků stavba fyzických modelů – než začnou odpovídat na další otázky o stavbě, vždy ji musí nejprve postavit. V případě první skupinky, která u centra pracovala, byla nutná dopomoc paní učitelky – zejména při organizačních činnostech (kdo si vezme jaké kostky, kdo začne jakou stavbou), ale paní učitelka také průběžně kontrolovala práci žáků a v některých případech návodnými otázkami pomáhala žákům najít správné řešení. U Natálie byla nutná výpomoc s počítáním krychlí, z nichž se stavba skládá, avšak ani s pomocí nestihla tato žákyně celou úlohu splnit.

Ve druhé skupině, která u tohoto centra pracovala, můžeme vidět, že někteří žáci stále ještě vykazují nejistotu při stavbě podle plánu – jeden žák tak zapomněl na dvě krychle a při opravě stavbu raději zboural. Ukazovat, jaká krychle je kde zobrazena v plánu, mu dělalo velké obtíže. Ostatní tři žáci pracovali bez větších obtíží a samostatně. Akorát A. si stavby pouze vytvořila a zapomněla odpovědět na otázky. Při práci žáků ze třetí skupiny můžeme opět vidět, jak jeden z nich stále používá při stavbě plánu – stavbu si staví rovnou na něj. Přitom pracuje velmi rychle a velmi přesně, zdá se tedy, že tento způsob mu velmi pomáhá v práci.

Celkem čtyři hodiny (nebo jejich části) byly věnovány tématu "Cimbuří". Žáci stavěli stavby, kde se pravidelně střídali vždy dvě krychle na sobě s jednou krychlí a které byly různě dlouhé. Měly zjišťovat, kolik krychlí má stavba celkem, kolik krychlí je vždy v prvním a ve druhém podlaží. Tato práce vyvrcholila tím, že se pokusili postavit cimbuří celkem ze sta krychlí, což se ale žádné skupině nepodařilo.

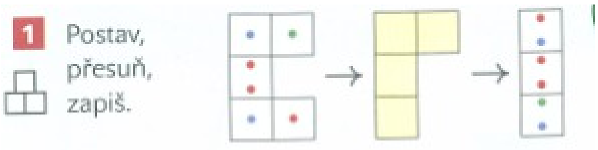
Na začátku listopadu žáci hledali co nejvíce staveb postavených ze čtyř krychlí. Této aktivitě odpovídá úloha 2 na straně 31. Společně žáci objevili všech pět staveb, někteří našli správně dokonce všech pět staveb. Na závěr aktivity S. vysvětluje, proč nemůže být více než těchto pět staveb (jsou tam všechna řešení, co jdou ze čtyř kostek v jednom podlaží). V jedné z následujících hodin žáci společně dodělávali úlohy z prostředí krychlových staveb, které jim chyběly. Například na straně 21 společně přestavovali stavbu z úlohy dva. V této úloze je důležitý čtvrtý krok, kde žáci musí správně zvolit, zda modrou krychli přeloží napravo nebo nalevo. To je důležité proto, aby jim správně vycházela poslední stavba. A. správně odůvodňuje, že krychli musíme přeložit napravo. V. řekl, že má i jiné řešení, když ho ovšem třídě ukazoval, ta ho zamítla s tím, že nelze vyndat krychli ze spoda, protože kdyby to byla opravdová stavba, tak by to nešlo a nemůže ani přesunout dvě krychle najednou, protože "nemá tak silný jeřáb".

2 K šesti stavbám na str. 36 vytvoř podrobnou tabulku.

Počet krychlí v 1. podlaží						
Počet krychlí ve 2. podlaží						
Počet krychlí ve 3. podlaží						
Počet krychlí celkem						

Ilustrace 34: Ukázka cvičení na straně 44.

V prosinci již žáci velmi dobře zvládali stavět podle plánu a určovat, kolik krychlí je v jakém podlaží. Na straně 44 vypracovávali samostatně cvičení 2 a při společné kontrole se objevila jen jedna drobná chyba. To, že si žáci ale nejsou ještě úplně jisti a potřebují oporu fyzických modelů bylo vidět zejména na tom, že většina žáků, kteří přišli psát výsledky na tabuli, si s sebou nesla učebnici s výsledky. Jsou si tedy vědomi toho, že při práci u tabule by pod časovým a jiným tlakem odpovědi rychle a správně nevymysleli. Toto se do doby, kdy jsem s dětmi vedla rozhovory velmi posunulo – žáci odpovídali většinou přesně a hbitě, je tedy vidět, že číst plán jim již žádné větší obtíže nedělá.



Ilustrace 35: Ukázka ze cvičení 1 na straně 14.

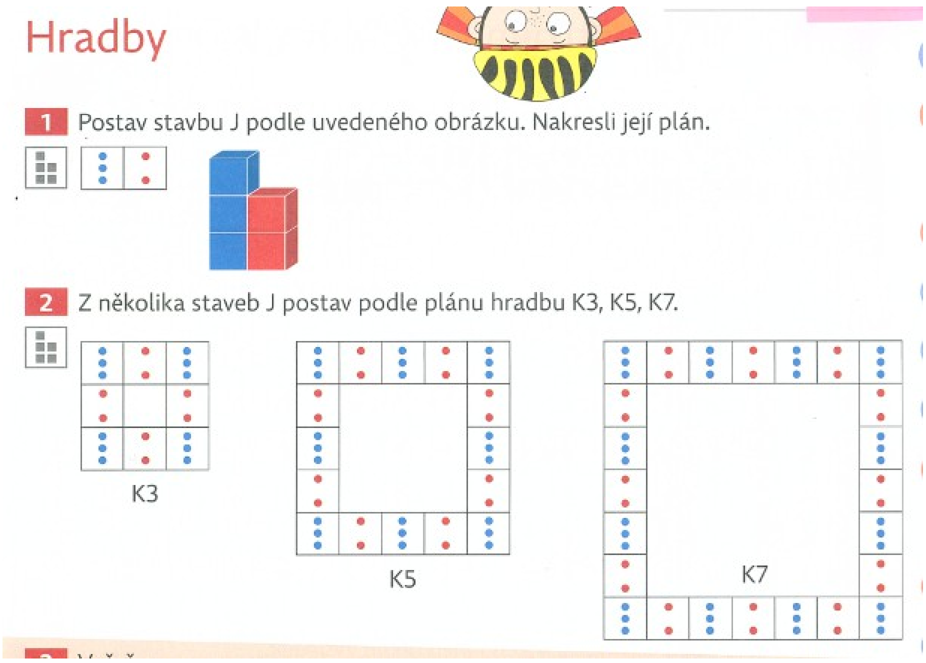
Zhruba v polovině prosince měli žáci za úkol pracovat na cvičeních 1 na straně 14, 19 a 25. Poprvé někteří žáci řešili úlohy bez krychlí, jen pouze pomocí plánů. Těchto dětí bylo celkem 6 (těch, kteří se přihlásili, že to zkusí). Pokročili tedy již na vyšší úroveň, mnohem více si museli představovat a museli vykázat mnohem hlubší porozumění principu plánu. Při společné kontrole však žáci modely postavili, takže i ti, kdo úkoly řešili bez krychlí, měli možnost stavby vidět a své představy si tedy ověřit.

10. Popis vlastní experimentální výuky

Experimentální výuka na FZŠ Táborské byla rozdělena do dvou etap – v první byla výuka realizována s celou třídou a ve druhé byly vedeny individuální rozhovory. V první etapě byly odučeny celkem 4 hodiny, ve druhé etapě byly vedeny rozhovory s každým žákem dané třídy, každý trval v průměru 30 minut. Výuka navazovala na předchozí zkušenosti dětí v oblasti krychlových staveb a byla podkladem pro zpracování úloh pro individuální rozhovory.

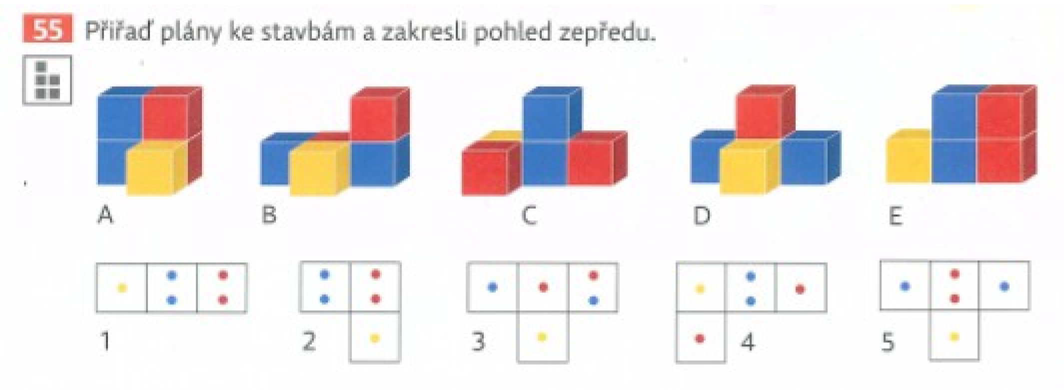
10. 1 Výuka s celou třídou

První hodinu jsem se žáky FZŠ Táborská měla ve druhém pololetí, když byli žáci ve třetím ročníku. Tato hodina byla věnována stavbám typu "hradby" a cílem bylo zejména seznámit se s kolektivem třídy před tím, než s dětmi začnu pracovat se třemi průměty. V této hodině jsme pracovali s učebnicí určenou pro 3. ročník, na cvičeních 1 a 2 na straně 41. Žáci nejprve postavili stavbu ze cvičení jedna a poté měli odhalit tuto stavbu ve stavbách ze cvičení 2. Dále žáci pracovali ve skupinkách a měli zjišťovat, z kolika krychlí se každá stavba skládá. Protože tato hodina se blíže nezabývala třemi průměty, nebudu se jí dále zabývat.



Poprvé se s problematikou třech průmětů žáci setkali v další hodině, kdy jsme se vrátili ke stavbě K3 ze cvičení 2 na straně 41. Žáci měli na výběr ze dvou obrázků (pohled zepředu a pohled shora) a jejich úkolem bylo rozhodnout, jak vypadá daná stavba při pohledu zepředu. Většina žáků vybrala správný obrázek hned napoprvé, zbytek třídy byl pak snadno přesvědčen o správnosti tohoto řešení. Ve zbytku hodiny jsme se žáky zkoušeli kreslit pohledy zepředu i u dalších staveb, což dětem nečinilo žádné větší problémy.

Hodina 4. října 2013 byla první hodinou věnovanou krychlovým stavbám, kterou žáci měli ve 4. ročníku. Protože do této třídy přišlo několik nových žáků bylo jejím hlavním cílem zopakování všech poznatků týkajících se této problematiky tak, aby i noví žáci mohli na těchto úkolech pracovat samostatně. Proto byla úvodní část hodiny věnována opakování (co jste dostali na obrázku, jak s tím budeme pracovat). Žáci vytvořili plány staveb ze strany 19 (viz obrázek), poté k plánům přiřazovali správné portréty.

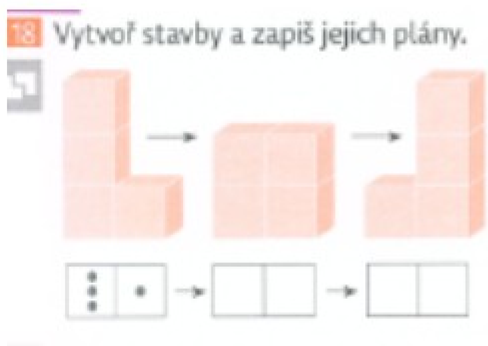


K těmto stavbám byla přiřazena ještě jedna další, třípodlažní. Poté, co žáci správně přiřadili plány, portréty a postavili všechny stavby, následovala hra "Sova" (vyučující si myslí jednu stavbu a žáci mají pomocí otázek ano/ne zjistit jakou). Tato aktivita byla zařazena zejména proto, aby si žáci ujasnili pojmy spojené s krychlovými stavbami a některé jejich základní vlastnosti. To mělo opět hlavní důvod v tom, že zejména pro nové žáky je to první setkání a pro ostatní žáky to bylo opakování po delší době a vzhledem k další práci bylo nutné, aby si žáci byli co nejvíce jistí.

56 Hugo si vytvořil stavby ze cvičení 55 tak, že každá následující stavba vznikla přesunutím pouze jedné krychle. V jakém pořadí Hugovy stavby vznikly?

Dalším úkolem žáků bylo odhalit správné pořadí staveb, na tomto zadání žáci pracovali samostatně, M. dokonce tuto informaci odhalil předtím, než mu byla sdělena paní učitelkou. S tímto zadáním měli žáci poměrně velké problémy, v této fázi se jim úlohu v podstatě vyřešit nepodařilo, proto jsme se tomuto cvičení věnovali ještě 11. října (o týden později).

Protože se dětem práce nedařila, vrátili jsme se k ní příští týden. Nejprve jsme začali touto úlohou:



Žáci si nejprve postavili první stavbu a poté přesunutím jedné krychle měli vytvořit stavbu druhou. Šla jsem takto pomalinku po jednotlivých krocích, protože jsem chtěla, aby co nejvíce žáků bylo v závěru hodiny schopno vyřešit úlohu, která se nám minule příliš nepovedla.

Jako další krok žáci dostali tři stavby, které měli už sami seřadit (viz příloha č.3). To se většině žáků podařilo – pracovali ve dvojici a po skončení práce jsme si řešení ukázali společně na tabuli. V závěru hodiny jsme se vrátili ke cvičení 55 na straně 19, děti pracovaly ve dvojici a podrobné projití těchto dvou úloh mělo za výsledek to, že celkem 5 žáků úlohu vyřešilo zcela správně. Celkem 5 žáků uvedlo jako řešení pořadí staveb E – A – C – D – B. Ostatní žáci uvedli jiné pořadí. Je možné, že pro žáky je toto cvičení příliš obtížné. To bylo vidět již při zadávání – bylo spoustu otázek na to, co vlastně žáci mají dělat, přestože podobné úlohy řešili první polovinu hodiny.

Navíc měli žáci za úkol zaznamenat kromě pořadí staveb také pohled zepředu na danou stavbu. Ten uvedlo jen 9 žáků, převážně však správně. U některých dětí byla vidět snaha zakreslit plány ve volném rovnoběžném promítání nebo zdůraznit, že některé krychle jsou více vepředu než jiné.

Touto hodinou byla ukončena výuka v celé třídě a následovaly individuální rozhovory, při kterých žáci řešili sérii úloh z prostředí krychlových staveb a kde jsem se více věnovala i práci se třemi průměty.

11.2 Práce s jednotlivci

Při experimentálním dotazování jsem pracovala vždy s jednotlivci. Přestože je tento postup časově náročnější než práce s celou třídou, umožňuje hlouběji proniknout do představ jednotlivých dětí. Kompletní sada úloh je v Příloze 4. Při práci děti mohly kdykoliv využít krychle. Celkem bylo dotazováno 23 dětí, všichni žáci 4. B FZŠ Táborská

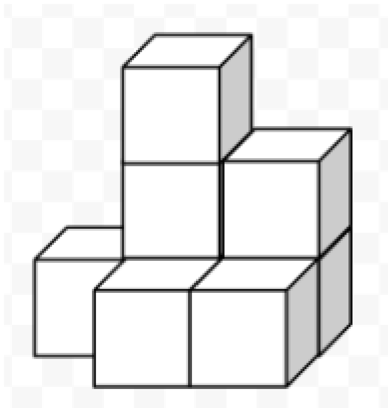
Sada úloh je rozdělena na tři části – v první části jsou úlohy zadány portrétem stavby, ve druhém plánem a ve třetí třemi průměty. V každé části bylo úkolem dětí nejprve určit, zda je dvojice staveb shodná nebo ne, poté následovaly otázky týkající se jedné stavby a nakonec měly určit, kolik nejméně krychlí je třeba přesunout, aby z první stavby vznikla stavba druhá.

V první části (úlohy byly zadány pomocí portrétu) většina dětí odpovídala správně. Co se týče první úlohy – určování, zda jsou stavby shodné – odpovědělo 100 % dětí správně na všechny tři podotázky.

Ve druhé úloze měly děti odpovídat na otázky týkající se jedné konkrétní stavby. Zde se již začínaly projevovat různé způsoby uchopování úlohy a také chápání různých pojmů z prostředí krychlových staveb. U otázky na počet podlaží většina dětí (18 z 23) správně uvedlo, že stavba má celkem 3 podlaží. KH[7] nejprve uvedla, že stavba má 8 podlaží. Zeptala jsem se jí, jestli nepočítala spíše krychle a požádala ji, ať znovu zkusí spočítat, kolik má stavba podlaží. Svou odpověď opravila a změnila na číslo 5 – bylo vidět, jak počítá krychle v prvním podlaží. U této dívky zřejmě nedošlo ke správnému osvojení pojmu podlaží. Všechny děti správně určovaly počet krychlí ve druhém podlaží i podlaží, ve kterém jsou právě dvě krychle a to včetně dívek, které v první otázce uvedly nesprávný počet podlaží.

7 Z důvodu ochrany osobních údajů jsou uváděny pouze iniciály.

Při určování počtu krychlí se spletli jen dva žáci, zde je příčinou přepočítání se, popř. započítání jedné krychle dvakrát. Děti byly na jednu věc dotazovány dvakrát – nejprve měly určit, kolik barev budeme potřebovat na obarvení všech krychlí, když chceme, aby každá krychle měla jinou barvu a druhá otázka byla: "Z kolika krychlí se stavba skládá?". Otázky následovaly hned po sobě, a tak pro většinu dětí nebylo obtížné přenést výsledek z jedné úlohy do druhé a opravdu většinou odpovídaly bez velkého přemýšlení. Pro některé děti však tato spojitost zřejmá nebyla a pravděpodobně to ani nevnímaly jako stejnou věc, což dokládají výsledky. Na otázku: "Z kolika krychlí se stavba skládá?", odpovědělo správně, tedy že stavba se skládá z osmi krychlí, 17 dětí z 23. TS odpověděla, že stavba se skládá ze 7 krychlí a JJ a AAK odpověděli, že stavba se skládá z devíti krychlí. Pokud u této otázky došlo k chybě, jedná se z mého pohledu spíše o chybu z nepozornosti. Zajímavé také je, že jen v jednom případě došlo k opomenutí započítání krychle, častěji se vyskytovalo započítání jedné krychle dvakrát. Naproti tomu v úloze dotazující se na množství různých barev chybovalo celkem šest dětí. Tři děti uvedly, že potřebujeme 9 barev. Dvě z nich jsou stejné děti, které chybovaly i v odpovědi na otázku o počtu krychlí, jeden z nich si svou chybu pravděpodobně uvědomil a odpověď opravil. Další tři děti ale odpovídaly, že barev potřebujeme sedm. Zajímavé ovšem je, že všechny tyto děti odpovídaly na následující otázku správně – tedy že stavba se skládá z osmi krychlí. To si vysvětluji tak, že krychli, která v portrétu není viditelná nezapočítavaly a neobarvovaly ji.



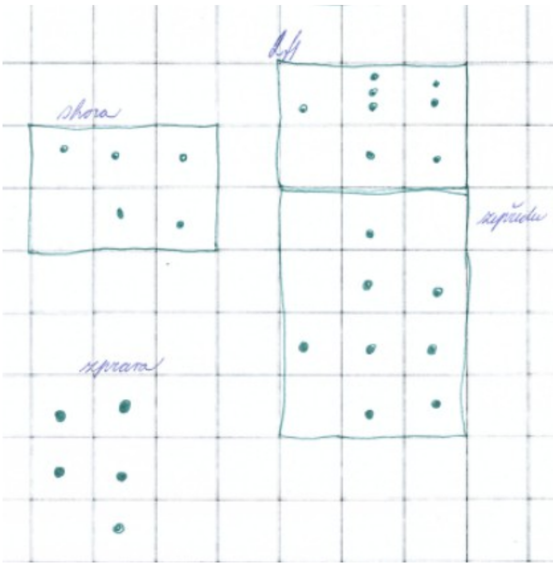
Ilustrace 36: Stavba, se kteoru žáci pracovali v úloze č.2

Moje hypotéza u této úlohy byla, že všechny děti si budou velmi jasně uvědomovat vztah mezi těmito dvěma otázkami a přišlo mi až zbytečné je tam mít. Proto mi tyto výsledky přijdou zajímavé a rozhodně se neověřilo, že by všechny děti odpovídaly stejně na obě otázky. Bylo by zajímavé dále zjišťovat, v jakých případech děti rozhodnou, že nějaká krychle zůstane opominuta při barvení.

Celkem 9 dětí uznalo možnost, že se stavba skládá celkem z devíti krychlí.

Obecně to byly děti, které vykazovaly větší jistotu a pohotovost při řešení úloh, a kterým úlohy činily menší problémy.

Spíše ověřující charakter měl úkol nakreslit plán stavby. Hlavním cílem bylo ověřit, že děti tomuto pojmu rozumí a popř. ho vyjasnit, protože přesné porozumění vyžadovaly další úlohy. Drobná chyba se vyskytla pouze u MPi. MPe, TR a HŽ kreslili plán při pohledu zepředu. TR a HŽ ho v tomto pohledu zakreslili správně, MPe vynechal krychle, které na portrétu nejsou vidět. To, že plán vnímá při pohledu zepředu se ukázalo v další úloze, kdy měl nakreslit nárys stavby a ukázal na plán, že toto je to samé.

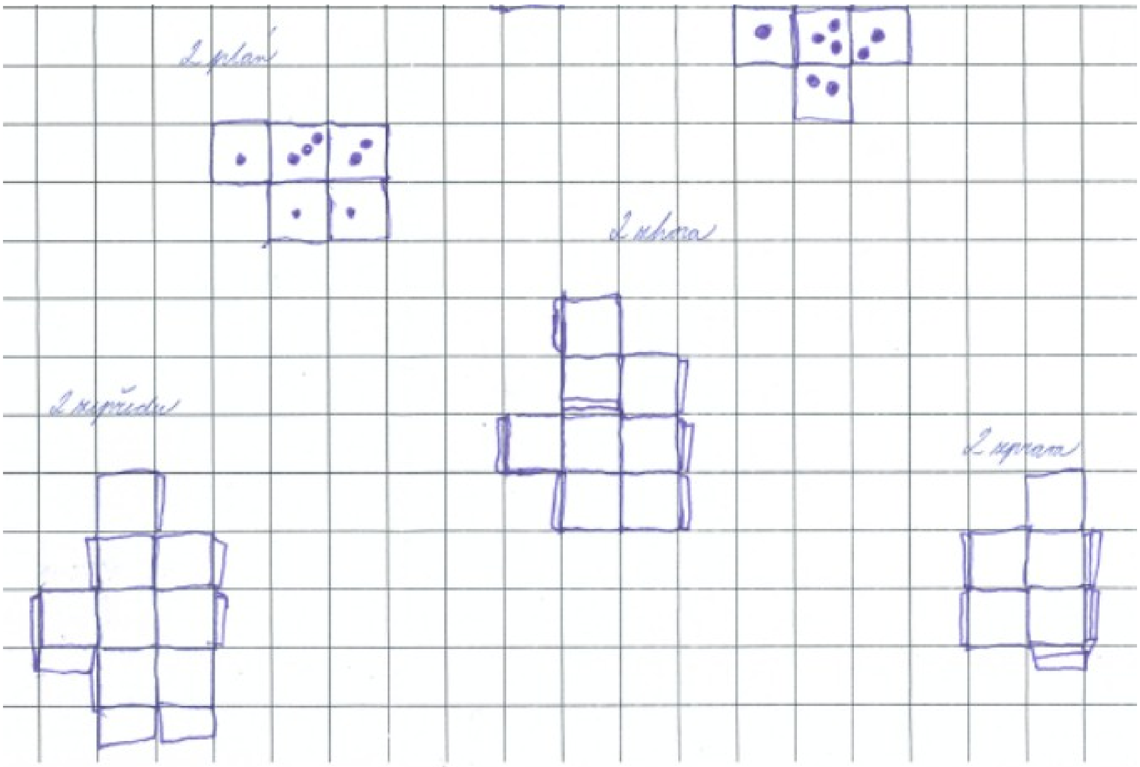


Ilustrace 37: Ukázka řešení VZ na kterém je vidět kresba průmětů silně ovlivněná plánem stavby, se kterým se žáci setkávají při výuce matematiky se svou paní učitelkou.

Těžiště rozhovorů bylo v kresbě tří průmětů. Zde jsou také nejzajímavější výsledky. Ty můžeme rozdělit do čtyř skupin, podle toho, jak se dařilo žákům zaznamenat stavbu z různých úhlů pohledu a jaké volili strategie. Je třeba podotknout, že toto rozdělení do kategorií je ryze subjektivní, navíc některé děti se pohybují na hranici více kategorií.

1. skupina – Žáci z této skupiny zatím silně lpí na plánech, pokud mají zaznamenat pohled zepředu, zaznamenají ho plánem s většími či menšími odchylkami od správného řešení. Většinou cítí potřebu do tohoto plánu zaznamenat ještě nějakou další, signifikantní krychli (která např. vyčnívá nad ostatními). Do této skupiny patří šest žáků ze třídy.

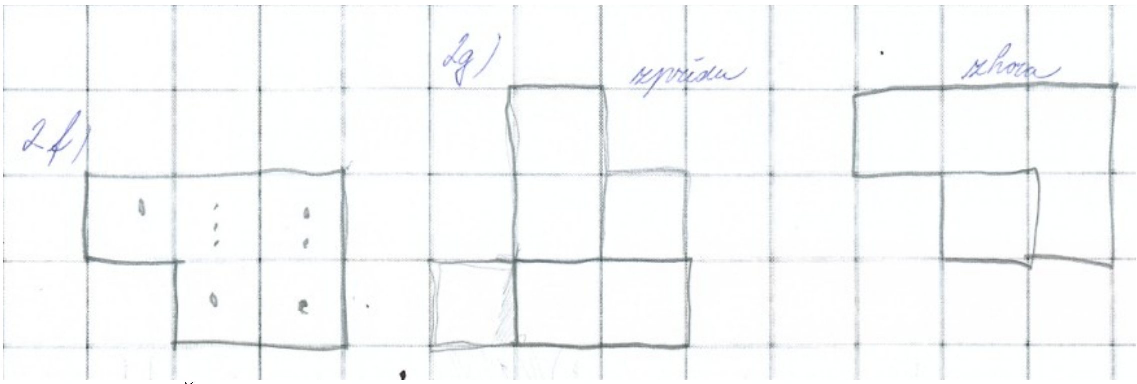
2. skupina – Tuto skupinu tvoří žáci, kteří již stavby při pohledu z různých úhlů nezaznamenávají plánem, ovšem jejich nákresy se od správného zobrazení průmětů dost odlišují. Slovy KH "kreslí hady" a tak tomu opravdu je. Pokud se podíváme na jejich zobrazení staveb, jsou to opravdu "dlouzí hadi". Tento vzhled je dán tím, že žáci z této kategorie cítí potřebu mít v nákresu všechny krychle, a tak krychle stojící v zákrytu



Ilustrace 38: Řešení KH - žákyně má potřebu do průmětu zakreslit všechny krychle, v některých místech je její kresba ovlivněna zobrazením krychle ve volném rovnoběžném promítání, na průmětu zprava je vidět "vrstvení krychlí" - žákyně je zobrazila jako malé obdélníčky na pravé straně, ve skutečnosti se jedná o skryté krychle.

za prvními, (které by tedy např. v nárysu vidět nebyly) jednoduše kreslí nad čtverce, které zobrazují tyto viditelné krychle. U KH bylo zajímavé to, že někdy se rozhodla nenakreslit čtverec nad první čtverec, ale umístila ho do strany (levé, nebo pravé, jak se jí to zrovna hodilo). Stejný způsob záznamu zvolil i VH, což je žák celkově v matematice slabší. VH měl i problémy se zápisem staveb plánem, což se u KH neprojevilo. U obou těchto dětí jsem ale nezadávala úlohy zadané pomocí tří průmětů, protože ty byly obtížné i pro žáky, kteří stavby dokázali takto zakreslit.

3. skupina – Do této skupiny patří žáci, kteří již správně dokázali různé průměty nakreslit, ale cítili, že musí nějaký čtverec zdůraznit (tedy např. obtáhli ho dvakrát, či jinak zvýraznili). Byl to většinou čtverec zobrazující krychli buď nejvýše položenou (tento čtverec byl pak zvýrazněn), nebo to byla krychle, která stála v pozadí (tento čtverec byl pak naopak vyveden jen slabým tlakem na tužku). U některých dětí tato potřeba byla výraznější než u jiných a nemusí za ní být jen čistě matematická potřeba. Žákům byla tato úloha předkládána zadáním: "Nakresli stavbu zepředu.", a to z toho důvodu, že s termínem nárys a půdorys se ještě neseznámili a se slovním spojením "pohled zepředu", "pohled zprava" jen okrajově. Takže za tímto zvýrazňováním může být i snaha zalíbit se paní učitelce, popř. jiné. U JJ toto zdůrazňování a zvýrazňování různých krychlí vedlo až do jisté míry k uměleckému projevu (v jeho záznamech můžeme vidět náznaky stínování). U jiných dětí se tato projevila jen v menší míře. Ovšem ne všechny děti krychle zvýrazňovaly jen obtahováním. Některé prostě jen nakreslily další čtverec, zejména tehdy, pokud se jednalo o krychli, která ležela jakoby před stavbou. Tuto krychli pak někteří znázornili dalším čtverecem v daném pohledu



Ilustrace 39: Řešení JJ, při pohledu zepředu můžeme vidět vystínovanou krychli, která ve skutečnosti ležela vlevo od sloupce tří krychlí.

(např. AV). Takovéto děti byly čtyři.

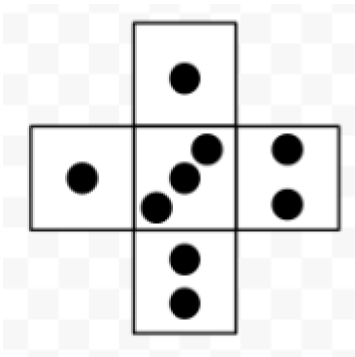
4. skupina – Tuto skupinu tvořilo osm žáků, a jsou to ti, kteří dané průměty zakreslili správně. Jedinou výjimkou v této skupině byl Tony, který sice průměty nakreslil správně (objevila se pouze jedna drobná chyba), ale stále je doplňoval na plán, tzn. stále dokresloval tečky, zobrazující kolik vidí krychlí za sebou v řadě, což může být ovlivněno tím, že tento žák přišel do třídy na začátku školního roku 2013/14, je tedy

ve třídě poměrně nový a s principy zobrazování krychlových staveb pomocí plánu se teprve seznamuje.

Překvapivě mnoho žáků mělo problémy s určováním počtu krychlí, které se musí přesunout, aby z jedné stavby vznikla druhá. Žáci měli určit nejmenší počet krychlí, které musíme přemístit. U první dvojice odpovědělo správně 17 žáků, u druhé dvojice 20 žáků, ale u třetí a čtvrté dvojice staveb odpovědělo správně jen 13, resp. 14 žáků.

Druhá část úloh byla zadána právě plány staveb, které žáci znají z učebnic nakladatelství Fraus, se kterými pracují. Opět si žáci velmi dobře vedli při určování shodnosti staveb, objevila se jen jedna chyba. Někteří žáci si museli stavby podle plánu nejprve postavit, je tedy možné, že práce s tímto symbolickým zápisem jim ještě není vlastní, nicméně s úlohou si poradili poté dobře.

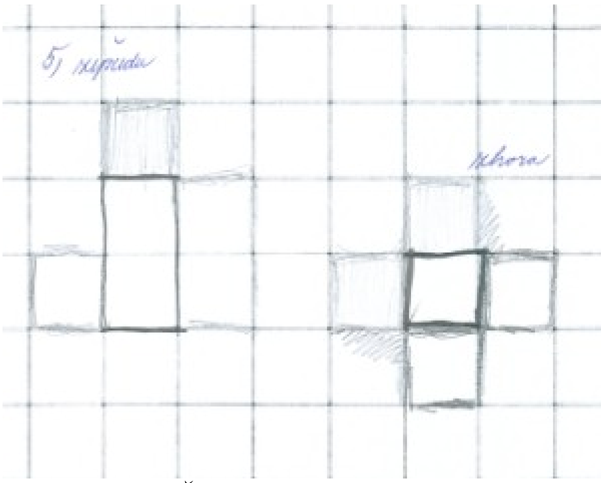
Dále měli žáci odpovídat na otázky, týkající se následující stavby:



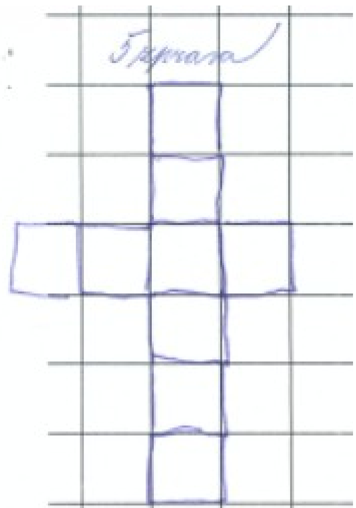
20 žáků z 23 správně odpovědělo, že stavba má tři podlaží. Jeden žák odpověděl, že jich má stavba pět (nejspíše si spletl počet podlaží a počet krychlí v prvním podlaží), jedna dívka na otázku neodpověděla a MP, který měl velké problémy již s první částí úloh tyto úlohy již neřešil. Na otázku: "Kolik má stavba krychlí ve druhém podlaží?" odpovědělo správně 15 žáků. Pokud se děti mýlily, nejčastěji uváděly jako odpověď dvě krychle – zapomněli započítat krychli uprostřed, skrytou. Zajímavé je, že mnohem méně se mýlili ti žáci, kteří si stavbu dle plánu postavili. Tedy i ti žáci, kteří si při řešení těchto úloh věří, stále někdy chybují. Na otázku: "V jakém podlaží je právě jedna krychle?", odpovědělo správně 17 žáků. Druhou nejčastější odpovědí bylo, že v 1. podlaží. Zde se

nemusí jednat ani tak o chybu, jako spíše o špatně formulovanou otázku – v prvním podlaží skutečně je jedna krychle v tom smyslu, že na ní neleží žádná jiná. Při určování počtu krychlí v dané stavbě se vyskytly jen drobné chyby spíše z nepozornosti, i při této úloze ale bylo vidět, že někteří žáci preferují práci s fyzickým modelem.

Při kresbě tří průmětů se všichni žáci drželi způsobu, jaký zvolili v předchozím případě, nebudu se mu proto dále věnovat, jen uvedu dva příklady řešení. První je řešení KH, na kterém je nyní velice zřetelně vidět, proč mluvila o "kreslení hadů", tím druhým je pak řešení JJ, na kterém je mnohem více než v předchozí úloze vidět znázorňování jednotlivých krychlí a jejich zvýraznění.



Ilustrace 41: Řešení JJ

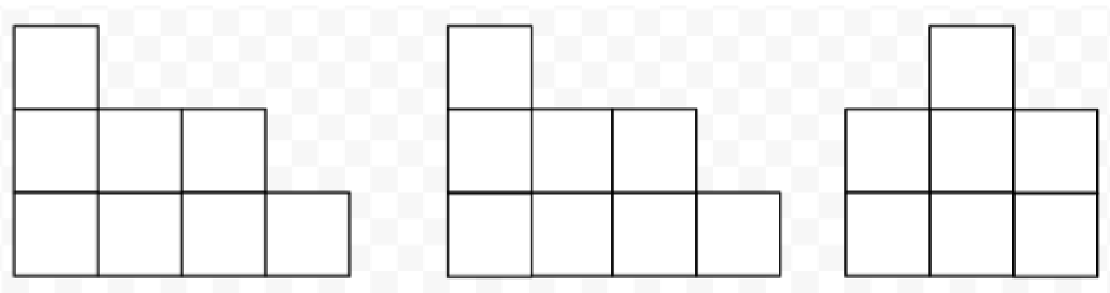


Ilustrace 40: Řešení KH - pohled zprava

Při řešení úloh na přestavbu méně chybovali ti žáci, kteří úlohy řešili jen pomocí plánu, tedy nestavěli si fyzické modely. Tito žáci mnohem jednodušeji spočítali počet teček než žáci, kteří si stavbu postavili, přestavěli ji na druhou a poté zpětně dopočítávali, kolik krychlí museli přesunout. V tomto ohledu se zdá lepší, pokud žák dokáže bezpečně pracovat jen s pomocí plánu, bez opory o fyzickou stavbu.

Třetí část úloh byla zadána pomocí plánu. Tyto úlohy vůbec nevyřešili 4 žáci (buď jim předchozí úlohy činily takové problémy, že jsem tyto úlohy již nezařadila, nebo jim sice předloženy byly, ale nedokázali si s nimi poradit ani s mou dopomocí). První úloha se opět věnovala určení, zda se jedná o stavby shodné nebo nikoli. V případě první dvojice staveb se jedná o stavby zrcadlově převrácené, druhá dvojice jsou stavby odlišné a třetí dvojice jsou stavby totožné. U první dvojice celkem 4 žáci uvedli, že stavby jsou stejné, jen v jiném otočení, jedna žákyně uvedla, že stavby jsou shodné. Ostatní žáci tvrdili, že stavby shodné nejsou. Celkem tedy odpovědělo správně 13 žáků. U druhé dvojice 11 žáků odpovědělo, že se jedná o odlišné stavby, 3 o shodné stavby a 3 o stavby shodné, ale v jiném natočení. Třetí dvojici pak správně za shodnou považovalo 15 žáků, 2 žáci uvedli, že se jedná o stavbu v jiném natočení a 2 žáci stavby považovali za odlišné. Přestože by se tedy mohlo zdát, že žáci s tímto zobrazením pracují vcelku dobře, následující úloha ukázala, že tomu tak není. Většina žáků vnímala tři průměty odděleně, jako kdyby zobrazovali tři odlišné stavby. U některých dětí jsem dokonce zaznamenala otázky, zda všechny ty tři stavby jsou stejné. Žáci tedy porovnávali ne jednu stavbu zobrazenou ze tří různých pohledů, ale tři dvojice staveb. Tyto potíže vznikly i u žáků, kteří průměty správně kreslili, zdá se tedy, že nakreslit stavbu z různých úhlů pohledu je pro žáky jednodušší (a to i když ji nevidí) než spojit tyto tři průměty dohromady (a to i když mají k dispozici krychle, že kterých stavbu mohou tvořit).

Jak jsem již uvedla v předchozím odstavci, tyto problémy odhalila až následující úloha. Žáci měli odpovídat na otázky, týkající se této stavby:



Na otázku: "Kolik má stavba podlaží?", žáci ještě ve většině případů odpovídali správně – 3 podlaží. Ovšem na otázku: "Kolik krychlí je v prvním podlaží?", již 7 žáků odpovědělo, že 4. Správnou odpověď (8) uvedli jen 4 žáci, ostatním žákům se odpovědět buď vůbec nepovedlo, nebo uvedli jinou špatnou odpověď. Na tomto příkladu je velmi dobře vidět, že žáci začali ostatní pohledy ignorovat. Někteří se před odpovězením na otázky pokusili stavby postavit, ale tyto pokusy se vůbec nezdařily. Správný plán této stavby se podařil jen dvěma žákům, další jeden udělal malou chybu.

Ještě o něco těžší byly úlohy na přestavbu, ty už řešila jen menšina třídy, a i ti nejzdatnější žáci s nimi měli velké problémy.

12. Závěr

V této práci jsem se zabývala mapováním různých koncepcí výuky geometrie nejen ve dvou různých zemích – České republice a Dánském království, ale také rozdíly mezi jednotlivými řadami učebnic. Zjistila jsem, že různé učebnice kladou různý důraz na výuku geometrie a rozdílnými způsoby se také věnují rozvoji prostorové představivosti. Ve většině sledovaných českých učebnic byla prostorová geometrie předkládána zejména jako soubor poznatků, které si žáci mají osvojit – a to zejména názvy a vlastnosti prostorových těles. Výjimku tvořili úlohy spíše úlohy ve formě her nebo úlohy určené k zamyšlení. Poněkud odlišnou koncepci pak představuje řada učebnic nakladatelství Fraus od prof. Hejného a jeho kolektivu. Zde je rozvoj prostorové představivosti již od počátku nedílnou součástí výuky geometrie. Přes veškeré tyto rozdíly všechny sledované učebnice splňovaly požadavky Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání.

Oproti tomu dánské učebnice jsou odlišné – jejich základem je aktivní práce žáka, prozkoumávání okolního světa a tvůrčí práce (zejména navrhování různých vzorů). Myslím, že některé úlohy z dánských učebnic mohou přinést zajímavou inspiraci pro české učitele matematiky.

Při vlastní experimentální výuce jsem se pokoušela zjistit, jak je možné rozvíjet prostorovou představivost žáků užitím tří průmětů. Nejprve jsem vedla výuku s celou třídou, na kterou navazovaly individuální rozhovory. Nejvýznačnější zjištění zřejmě bylo, že žáci jsou schopni více či méně správně zobrazovat tělesa z různých úhlů pohledu, ale pokud mají z těchto průmětů vytvořit těleso, ve většině případů toho nejsou schopni. Jen malá část dětí dokázala správně postavit stavbu podle tří průmětů, některé děti zvládly postavit stavbu, která vyhovovala dvěma průmětům, ale třetí již nezvládly. Zde vidím možnosti pro další výuku a také návrh na to, jak s dětmi s tímto tématem začít pracovat.

V teoretické části práce jsem se pokoušela přinést základní přehled poznatků o prostorové představivosti a také o její důležitosti. Většina autorů se shoduje, že prostorová představivost a orientace má pro každého jedince klíčový význam, proto je důležité dbát o její rozvoj ve vzdělávacím procesu a využití zobrazování pomocí tří průmětů může být dobrou cestou, jak tento cíl uskutečnit.

Bibliografie

1. Učebnice matematiky pro 1. stupeň ZŠ:

Nakladatelství ALTER (protože se mi nepodařilo pracovat s jedním uceleným vydáním, nechávám zde kompletní výčet jednotlivých učebnic, se kterými jsem pracovala).

V. Landová, H. Staudková, V. Tůmová. Matematika 1 – Numerace, sčítání a odčítání do 6. Alter, 2007

V. Landová, H. Staudková, V. Tůmová. Matematika 2 – Numerace, sčítání a odčítání do 10. Alter, 2013

V. Landová, H. Staudková, V. Tůmová. Matematika 3 – Numerace do 20, sčítání a odčítání bez přechodu desítky. Alter, 2013

V. Landová, H. Staudková, V. Tůmová. Matematika 4. Alter, 2013

V. Landová, H. Staudková, V. Tůmová. Matematika pro 2. ročník ZŠ, sešit 4/B. Alter, 2006

V. Landová, H. Staudková, V. Tůmová. Matematika pro 2. ročník ZŠ, sešit 5. Alter, 1994

V. Landová, H. Staudková, V. Tůmová. Matematika pro 2. ročník ZŠ, sešit 6. Alter, 1994

R. Blažková, M. Vaňurová, K. Matoušková – Matematika pro 3. ročník základních škol. Alter, 2007

R. Blažková, M. Vaňurová, K. Matoušková – Pracovní sešit I. díl k učebnici matematika pro 3. ročník. Alter, 2011

R. Blažková, M. Vaňurová, K. Matoušková – Pracovní sešit II. díl k učebnici matematika pro 3. ročník. Alter, 2011

R. Blažková, M. Vaňurová, K. Matoušková – Matematika pro 4. ročník základních škol. Alter, 2008

R. Blažková, M. Vaňurová, K. Matoušková – Pracovní sešit I. díl k učebnici matematika pro 4. ročník. Alter, 2012

R. Blažková, M. Vaňurová, K. Matoučková – Pracovní sešit II. díl k učebnici matematika pro 4. ročník. Alter, 2012

J. Justová. Pracovní sešit I. díl k učebnici matematika pro 5. ročník. Alter, 2009

J. Justová. Pracovní sešit II. díl k učebnici matematika pro 5. ročník. Alter, 2008

J. Justová. Matematika pro 5. ročník základních škol. Alter, 2008

Ostatní nakladatelství:

Mikulenková, H., Molnár, J. Matematika a její aplikace, 1 – 5. ročník. Kompletní řada učebnic a pracovních sešitů pro základní školy. Praha: Prodos, 2006 – 2008.

Čížková, M., Eiblová, L., Vacková, I. Matematika pro 1. - 5 ročník základní školy. Kompletní řada učebnic a pracovních sešitů pro základní školy. Praha: SPN, 2007 – 2010.

Hejný, M., Jirotková, D., Slezáková-Kratochvílová, J. Matematika. Kompletní řada učebnic a pracovních sešitů pro základní školy. Plzeň: Fraus, 2007 – 2011.

2. Dánské učebnice matematiky:

Freil, O., Kaas, T. *En timer mere med Kolorit.* 1. vydání. Gyldendal, 2003. Řada učebnic pro Folkeskole.

Sauer, F., Haase, P. *FlexMat.* 1. vydání. Naryana Press, 2007. Řada učebnic pro Folkeskole.

Starcke-Jensen, J. *Paa opdagelse i matematikkens verden*. Alinea.

3. Dokumenty Ministerstva školství Dánského království:

Dokument o jednotné škole – Folkeskole,[citováno 24. února 2014], dostupné z: http://eng.uvm.dk/Fact-Sheets/~/media/UVM/Filer/English/Fact20sheets/080101_fact_sheet_the_folkeskole.ashx

Faelles Maal 2009 – Matematik, Undervisnings Ministeriet, [citováno 24. února 2014], dostupné z:

http://www.uvm.dk/Service/Publikationer/Publikationer/Folkeskolen/2009/Faelles-Maal-2009-Matematik

4.Odborná literatura:

Čáp, J., Mareš, J. *Psychologie pro učitele.* 1. vydání. Praha: Portál, 2001. ISBN: 80-7178-463-X

Gardner, H. *Dimenze myšlení: Teorie rozmanitých inteligencí*. 1. vydání. Praha: Portál, 1999. ISBN: 80-7178-279-3.

Hartl, P., Hartlová, H. *Velký psychologický slovník.* 4. vydání, 1. vydání v Portálu. Praha: Portál, 2010. ISBN: 978-80-7367-686-5.

Jirotková, D. Rozvoj prostorové představivosti žáků. *Komenský*. Ročník 114, číslo 5, strany 278 – 281.

Jirotková, D. *Cesty ke zkvalitňování výuky geometrie: výzkumný záměr: Učitelská profese v měnících se požadavcích na vzdělávání.* 2012, Vyd. 2, česky, Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, V Praze, 322 stran, ISBN: 9788072905522

Košč, L. Psychológia matematických schopností. 1. vydání. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateĺstvo, 1972.

Kulka, J. Psychologie umění. 2. vydání. Praha: Grada Publishing, 2008. ISBN: 978-80-247-2329-7.

Langmeier, J., Krejčířová, D. *Vývojová psychologie*. 2., aktualizované vydání. Praha: Grada, 2006. ISBN: 80-247-1284-9.

Miková, Š., Stang, J. *Typologie osobnosti u dětí.* 1. vydání. Praha: Portál, 2010. ISBN: 978-80-7367-587-5.

Molnár, J. *Rozvíjení prostorové představivosti (nejen) ve stereometrii.* 2. vydání. Olomouc: Univerzita Palackého, 2009. ISBN: 978-80-244-2254-1.

Nakonečný, M. *Psychologie osobnosti*. 1. vydání. Praha: Academia, 1995. ISBN: 80-200-0525-0.

Piaget, J., Inhelder, B. *Psychologie dítěte.* 2. vydání. Praha: Portál, 1997. ISBN: 80-7178-146-0.

Příhoda, V. *Ontogeneze lidské psychiky. Vývoj člověka do patnácti let*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1963

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávací s účinností od 1. září 2013, dostupno online z: http://www.nuv.cz/file/319, MŠMT, 2013. [citováno 8.března 2014]

Říčan, P. Matematické schopnosti. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*. Ročník 9 (1964), číslo 6, strany 361 – 369. ISSN: 0032-2423.

Říčan, P. *Psychologie osobnosti:[obor v pohybu]*. Vyd. 5.; rozš.; v Grada Publishing 1. Praha: Grada, 2007. ISBN: 978-80-247-1174-4

Smékal, V. *Pozvání do psychologie osobnosti: člověk v zrcadle vědomí a jednání.* 3. vydání. Brno: Barrister & Principal, 2009. ISBN: 978-80-87029-62-6.

Šikl, R. *Zrakové vnímání*. 1. vydání. Praha: Grada Pugblishin, 2012. ISBN: 978-80-247-3029-5.

Vágnerová, M. *Vývojová psychologie I. Dětství a dospívání.* 1. vydání. Praha: Karolinum (nakladatelství), 2005. ISBN: 80-246-0956-8

Přílohy

Seznam příloh

Příloha 1. - Příprava hodiny 10. dubna 2013 ... 108
Příloha 2: Příprava hodiny 4. října 2013 ... 109
Příloha 3: Příprava hodiny 11. října 2013 ... 110
Příloha 4: Úlohy užité v experimentálních rozhovorech ... 112
Příloha 6: Přehled témat učiva geometrie u vybraných řad učebnic ... 121
Příloha 7. - Přehled dánského vzdělávacího systému ... 125

Příloha 1. - Příprava hodiny 10. dubna 2013

Cíl: žák zkusí odhalit zákonitosti při stavbě krychlových staveb typu "hradby"

Třída: 3. B FZŠ Táborská

Část hodiny	Popis aktivity	Pomůcky, forma práce
Úvod, 2 min.	Představení, vezměte si prosím kostky. Na tabuli vidíte plán stavby, zkuste ji prosím postavit (pozor na barvy). - plán stavby ze cv. 1 na str. 41 - doplňující otázky: kolik je celkem krychlí? Kolik modrých/červených	Molitanové kostky
5 min	Podívejme se nyní na tuto stavbu: (nakreslím na tabuli plán stavby K3) - přijde vám na ní něco zvláštního? (skládá se ze staveb ve cv. 1, ukážeme si) - kolik je v ní kostek červených, modrých, dohromady	Tabule a fixy
5 min	Co se změní, když stavbu K3 rozšířím takto: (na stavbu K5) – Věděl by někdo říci, co a jak se změnilo? Kolik je tam tedy nyní kostek? - Pojďte někdo zapsat na tabuli, ale tak, abychom se v tom dobře vyznali, má někdo nějaký nápad, jak to udělat? (doplníme tabulku)	
10 min	Nyní vám rozdám čtverečkované papíry, jistě jste si už všimli, že tyto dvě stavby, mají něco společného. Dokázali byste přijít na to, jak by vypadala další stavba v řadě? (Zdůvodněte svoje návrhy; poté do tabulky doplníme údaje i o stavbě K7)	Čtverečkované papíry
10 min	Nyní se rozdělte do skupin po 4 a já každé skupině dám další dva plány. Ve skupině opět zjistěte počty krychlí a některým z vás, se možná podaří najít rychlý trik, jak to spočítat rychleji. (společná kontrola v kroužku, diskuze o možných nalezených postupech)	Namnožené plány staveb
	Úloha 3d: pokud zbyde čas: Věrka tvrdí, že K3 + K5 = K7. Má pravdu? Proč? Funguje to tak i dál?	
	Společná reflexe a diskuze, poděkování za práci v hodině	

Příloha 2: Příprava hodiny 4. října 2013

Téma hodiny: Krychlové stavby – opakování

Třída: 4. B FZŠ Táborská

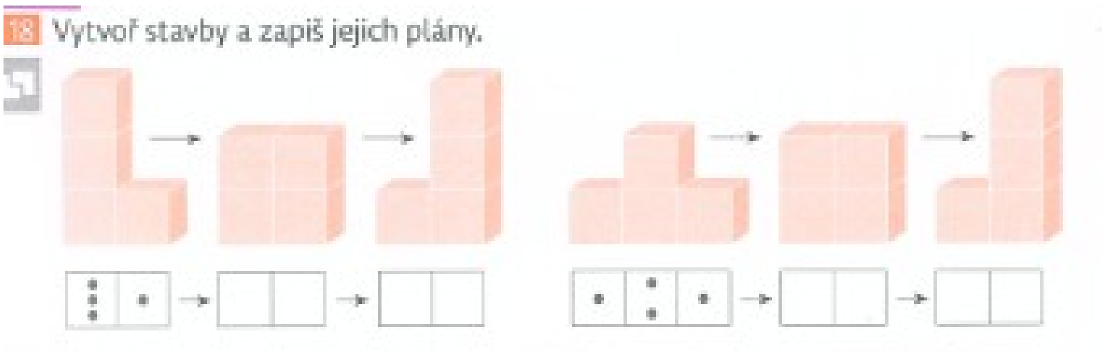
Cíle	Popis aktivity	Forma práce	Pomůcky	Čas
Motivace; Zopakování pojmů z prostředí Krychlové stavby – podlaží, počet kostek, plán, pohled zepředu, růžek-elko-3I	Hra "Sova", ke stavbám v cvičení 55 na str. 19 přidám ještě jednu stavbu – třípodlažní. Nechám děti si myslet a nejprve se budu ptát já jich – rozšíření typů otázek. 2 – myslí si žák a ptám se já. 3 – hrají žáci mezi sebou	Společná	Kostky, portréty staveb	10 min
Zopakování pojmu "plán stavby"	Na tabuli nakreslím a před dětmi postavím stavby ze cv. 55. na str. 19. Také na tabuli "předkreslím" prázdné plány. Úkolem dětí bude správně dokreslit plány.	Společná	Tabule, předkreslené stavby, fixy, kostky	10 min.
Zopakování úloh typu "Přestavba" a rozvoj prostorové představivosti a logického uvažování	Zkusme všechny tyto stavby seřadit – jak bychom to mohli udělat? Děkuji za vaše nápady, ale my to dnes zkusíme ještě trochu jinak – seřaďte je tak, aby každá následující stavba vznikla přesunutím pouze jedné krychle. Správné řešení zapište do pracovních listů, které vám rozdám – zapíšete tam plány staveb a pohled zepředu na stavby ve správném pořadí.	Dvojice	Kostky, záznamové archy	5 min, kontrola a diskuze 10 min.
Rozšíření učiva, ucelení tématu	Kdo má hotovo, otevře si pracovní sešit na str. 10 a vyřeší cv. 21. Pokud si neví rady, najde někoho jiného, kdo na něm pracuje a poradí se společně.	Samostatně	Pracovní sešit, rozšiřující úlohy pro rychlíky	

Příloha 3: Příprava hodiny 11. října 2013

Téma hodiny: Přestavba – dokončení
třída: 4.B FZŠ Táborská
cíle hodiny: žáci si uvědomí změny stavby při její přestavbě a vliv těchto změn na plán stavby a nárys

Popis aktivity	Pomůcky	Metody a formy práce	Čas
Minulý týden jsme spolu pracovali na úloze s krychlemi, kterou se nám nepovedlo vyřešit. Dnes se o to pokusíme znovu, nejprve vás poprosím, abyste se podívali na kartičky, které máte před sebou. Na kartičku mi prosím nepište! (Úloha 18 z pracovního sešitu pro 3. třídu – první z nich, vcelku). Každý si před sebou postavte první ze staveb. (I já ji postavím na dobře viditelném místě) Nyní se podívejme na druhou stavbu – je možné ji získat "přestavěním" první stavby? Jak? Každý si to zkuste na své stavbě. (Poté vyzvu jednoho žáka, aby přestavbu demonstroval na "učitelské" stavbě). Výborně. Pojďme nyní zapsat její plán. (Jeden žák zapíše na tabuli.) Stejně budu postupovat u třetí stavby. Ověřím pochopení principu u celé třídy.	Kartičky se cvičením 18a		10 min.
Následující tři stavby, které máte před sebou vznikla stejnou přestavbou. Zkuste ve dvojici najít pořadí, ve kterém byly postaveny (stavby ze cv. 18 – druhá část, každá stavba na jiné kartičce). Společná kontrola pomocí zakreslení plánu na tabuli.	Kartičky se stavbami ze cv. 18b		10 min.
Nyní se vrátíme k naší úloze z minulého týdne – nejprve si každá skupina opět postavte všech šest staveb. Dobře, Hugo postavil těchto 6 staveb v určitém pořadí. Stavby vznikaly vždy přeložením jedné krychle. Najděte správné pořadí vzniku	Kartičky se stavbami a plány (učitelské + 6 žákovských sad)		10 min.

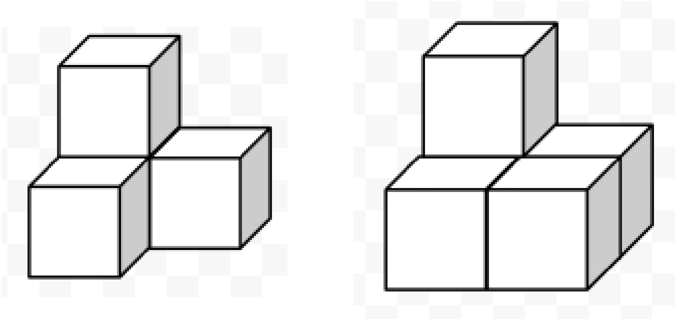
těchto staveb. Pracujte ve dvojici a svá řešení zapište do záznamového archu. (Na tabuli visí portéty těchto staveb, ke stolečku dostanou děti jejich zmenšenou verzi určenou k manipulaci).			
Společná kontrola – seřazení portrétů na tabuli, přiřazení plánů. Zeptám se, zda někdo zvládl nakreslit i pohled zepředu – nárys. Pokud ano, přijde nám ho nakreslit na tabuli, řekne, jak na to přišel a zkontrolujeme správnost. Poté vyzvu i všechny ostatní děti, aby si doplnily nárysy ve svých pracovních listech.	Kartičky s nárysy		10 min.
Kontrola nárysů – společně na tabuli.			5 min.
Ve zbývajícím čase: nejednoznačnost nárysu a jak to vyřešit?			-



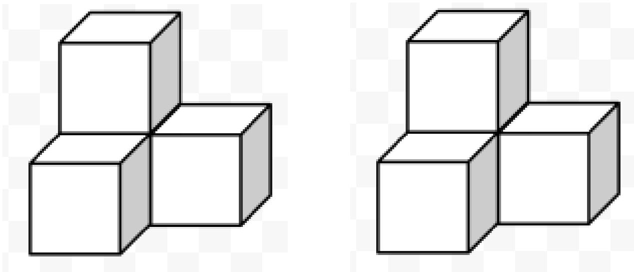
Příloha 4: Úlohy užité v experimentálních rozhovorech

1. Na obrázku vidíš dvě stavby. Je druhá stavba shodná s tou první? Odůvodni.

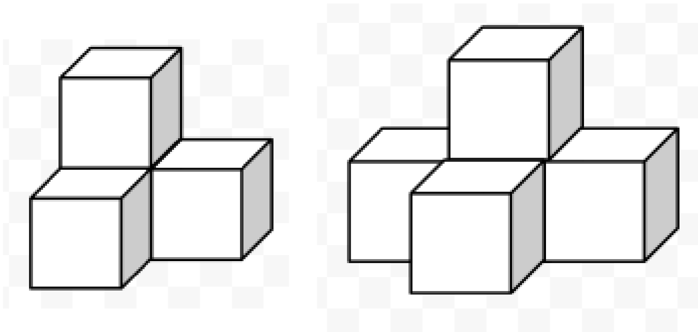
a)



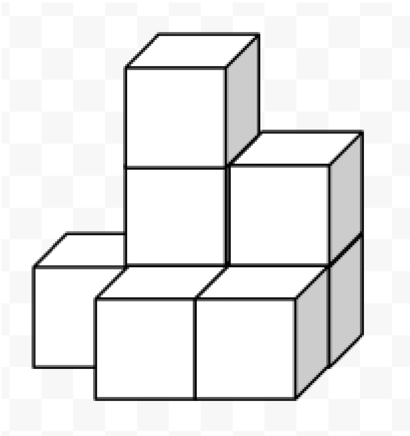
b)



c)



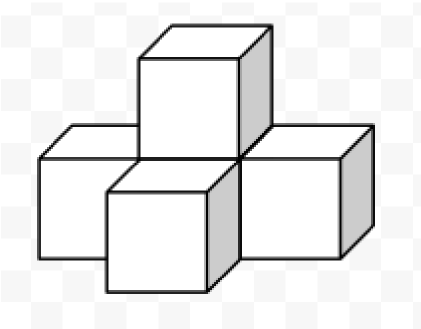
2. Nyní se podívejme na tuto stavbu:

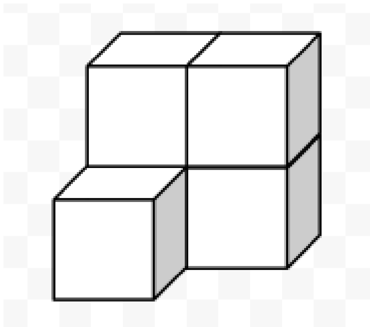


a) kolik má stavba podlaží?
b) kolik krychlí je ve druhém podlaží?
c) v jakém podlaží jsou právě dvě krychle?
d) kolik barev celkem potřebuješ, chceš-li každou krychli obarvit jinou barvou?
e) kolik má stavba celkem krychlí? Je možné, že nějakou krychli nevidíme? Může ta stavba mít celkem 9 krychlí?
f) nakresli plán této stavby
g) nakresli tuto stavbu při pohledu zezhora/zpředu/zprava

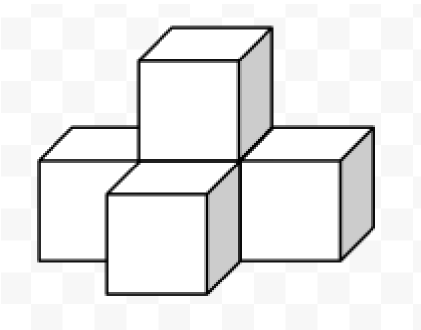
3. Urči, kolik nejméně krychlí musíš přesunout, aby se z první stavby stala druhá. Svou odpověď zdůvodni.

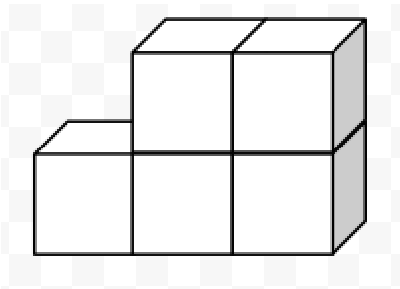
a)



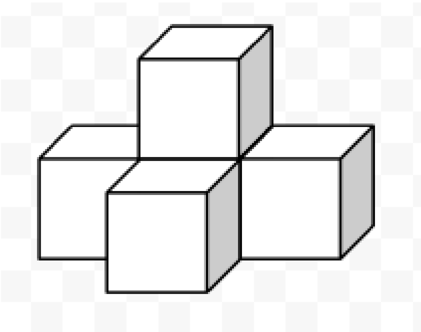
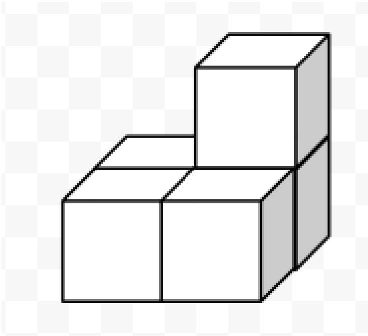


b)

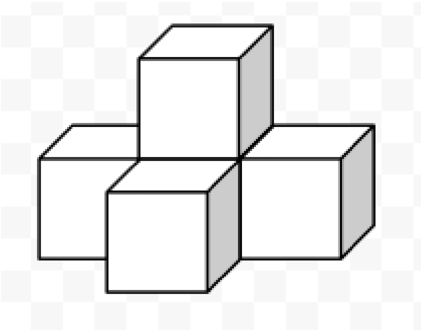
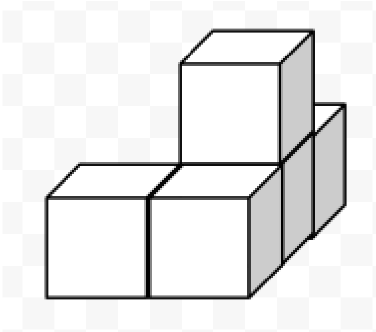




c)

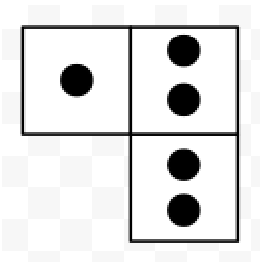
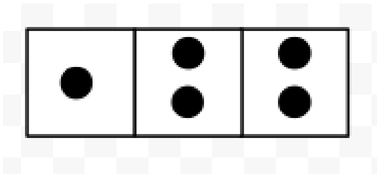
 

d)

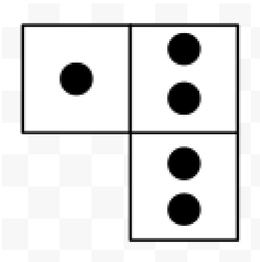
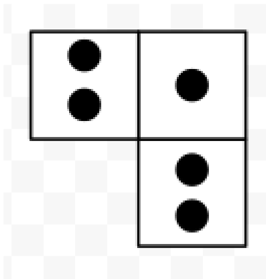
 

4. Následující stavby jsou zadány tzv. plánem. Tvým úkolem je učit, zda jsou stavby shodné. Odpověď zdůvodni.

a)

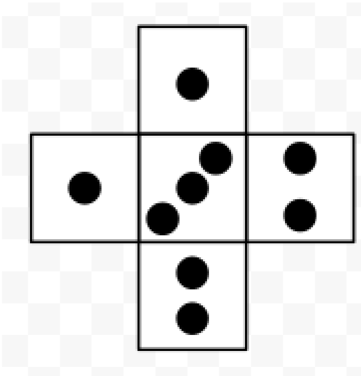
 

b)

c)

5. Nyní se podívej na tento plán. Položím Ti několik otázek, zkus na ně odpovědět.

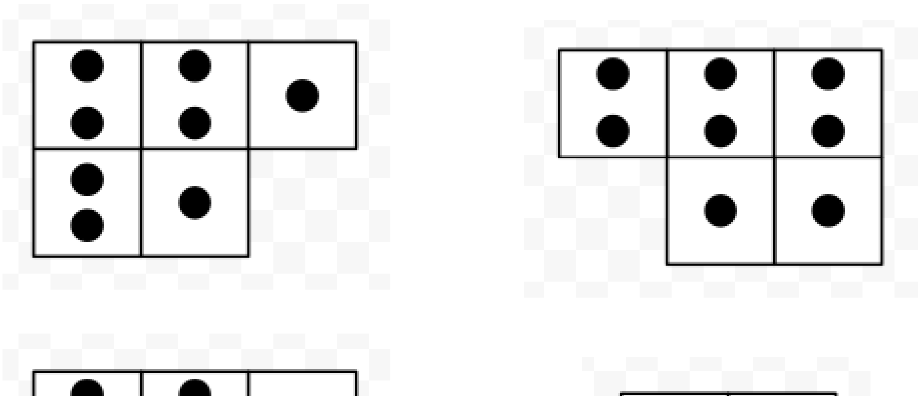


a) kolik má stavba podlaží?
b) kolik krychlí je ve druhém podlaží?
c) v jakém podlaží je právě jedna krychle?
d) kolik barev celkem potřebuješ, chceš-li každou krychli obarvit jinou barvou?
e) kolik má stavba celkem krychlí?
f) nakresli tuto stavbu při pohledu zezhora/zpředu/zprava
g) představ si, že tuto stavbu postavíme z opravdových krychlí. Pak se na ni budeme dívat zepředu. Kolik krychlí nebude vidět?

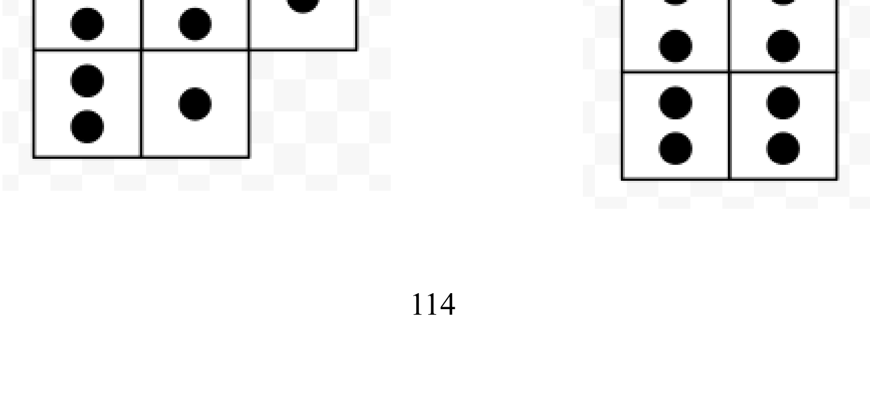
U každé odpovědi uveď důvod, proč si myslíš, že to tak je!

6. Před sebou vidíš plány dvou staveb, Tvým úkolem je určit, kolik nejméně krychlí se muselo přesunout, aby z první stavby vznikla ta druhá. Zdůvodni.

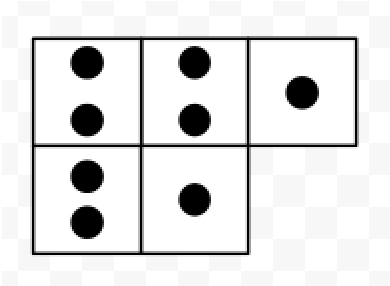
a)

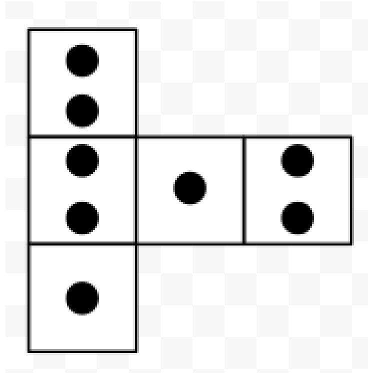


b)

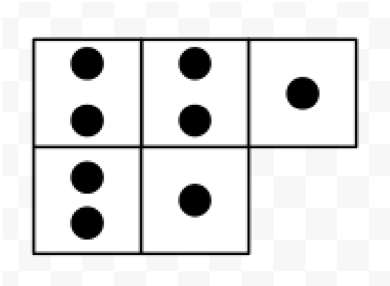


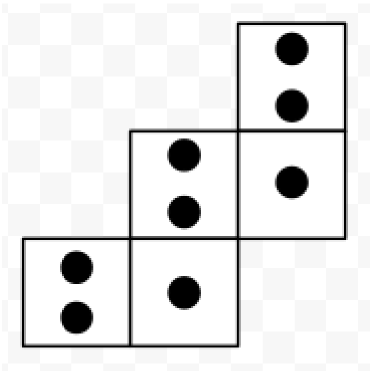
c)





d)

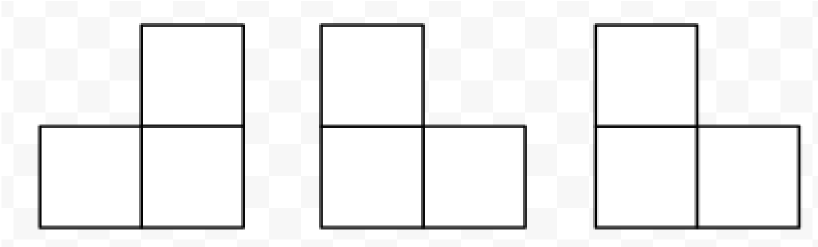




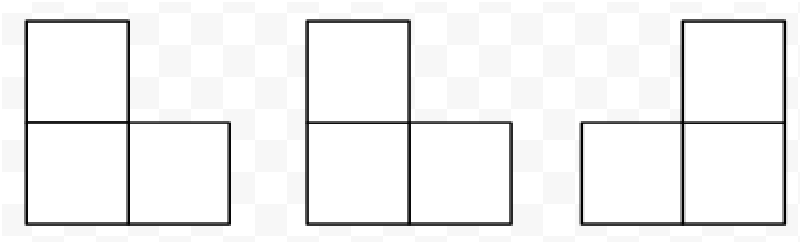
7. Následující stavby jsou zadány pomocí tří průmětů – první obrázek říká, jak stavba vypadá zepředu, druhý jak seshora a třetí jak při pohledu zprava. Urči, jestli jsou stavby stejné a řekni proč, proč ne.

a)

První stavba:

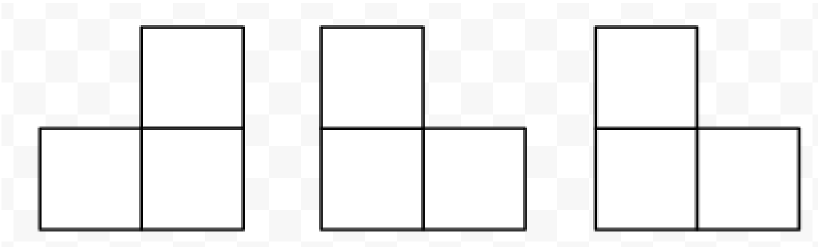


Druhá stavba:

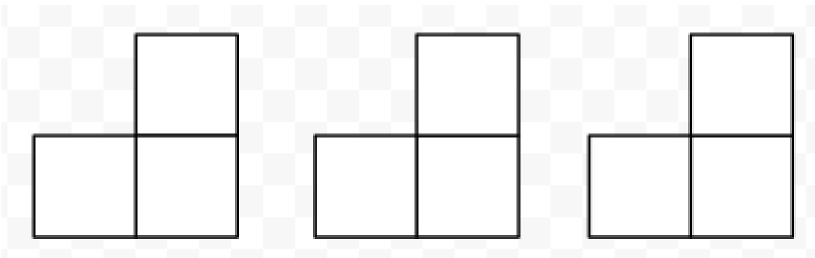


b)

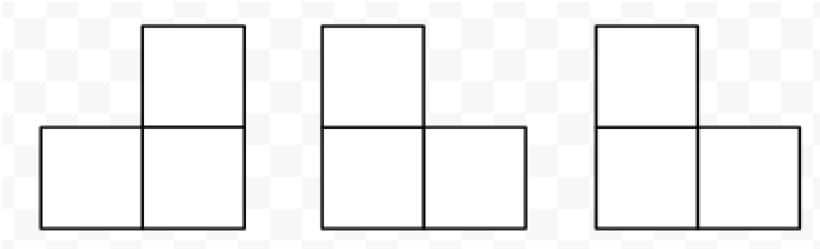
První stavba:



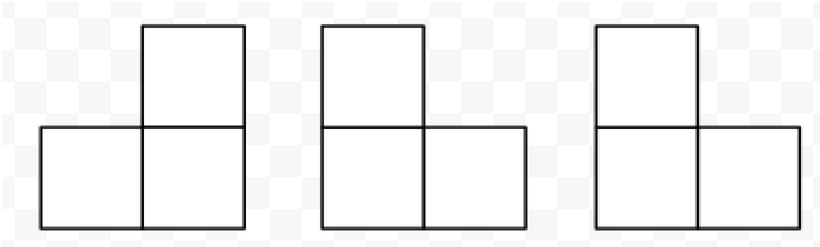
Druhá stavba:



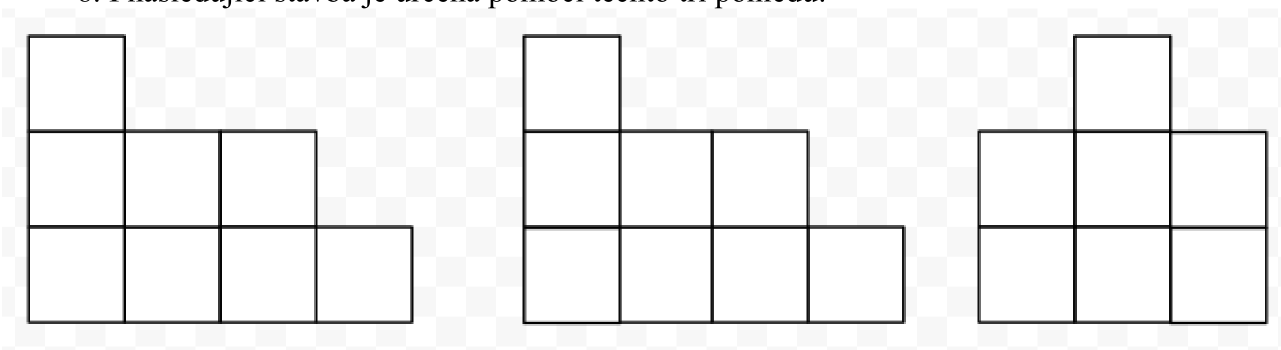
c)
První stavba:



Druhá stavba:



8. I následující stavba je určena pomocí těchto tří pohledů:



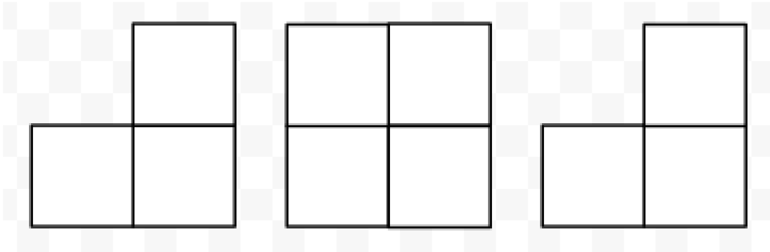
Odpověz na otázky, své odpovědi zdůvodni.

a) Kolik má stavba podlaží?
b) Kolik krychlí je v prvním podlaží?
c) V jakém podlaží jsou právě čtyři krychle?
d) Kolik barev celkem potřebuješ, chceš-li každou krychli obarvit jinou barvou?
e) Z kolika krychlí se stavba skládá?
f) Nakresli plán této stavby
g) Představ si, že tuto stavbu postavíme z opravdových krychlí. Pak se na ni budeme dívat zepředu. Kolik krychlí nebude vidět?

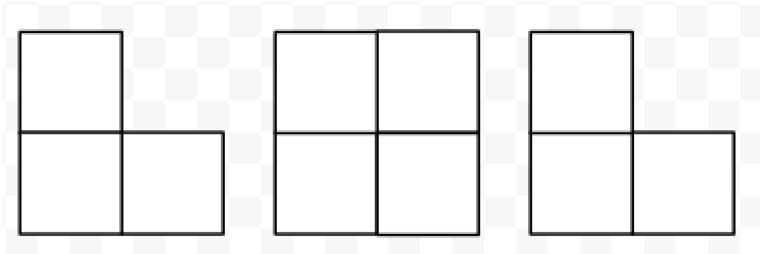
9. Urči, kolik krychlí jsme přesunuli, když jsme první stavbu přestavovali na druhou. (První pohled je zepředu, druhý seshora, třetí zprava)

a)

Výchozí stavba:

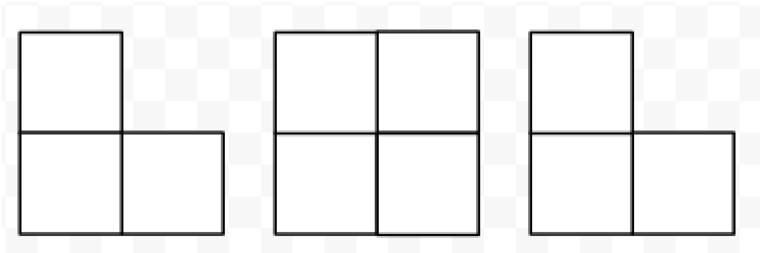


Konečná stavba:

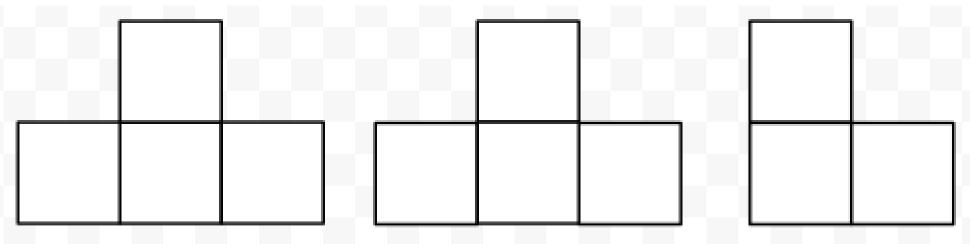


b)

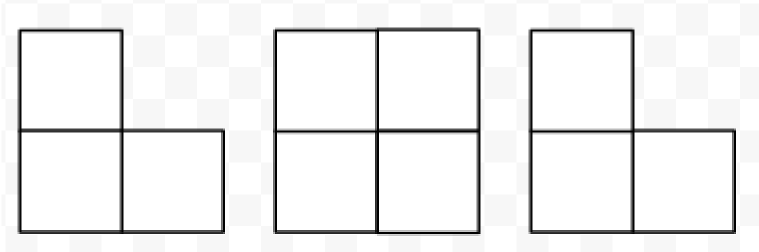
Výchozí stavba:



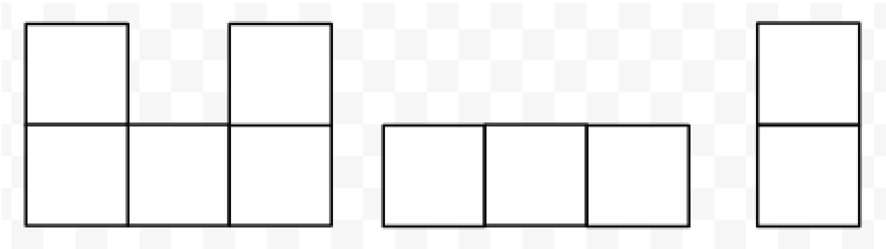
Konečná stavba:



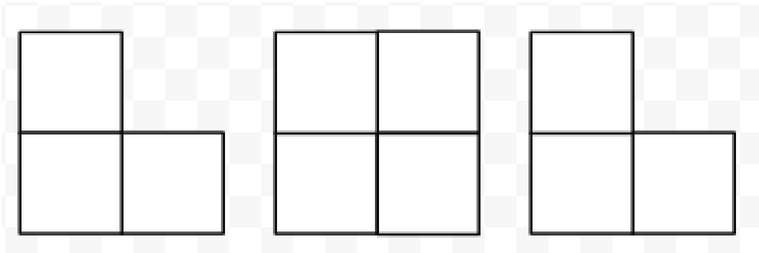
c)
Výchozí stavba:



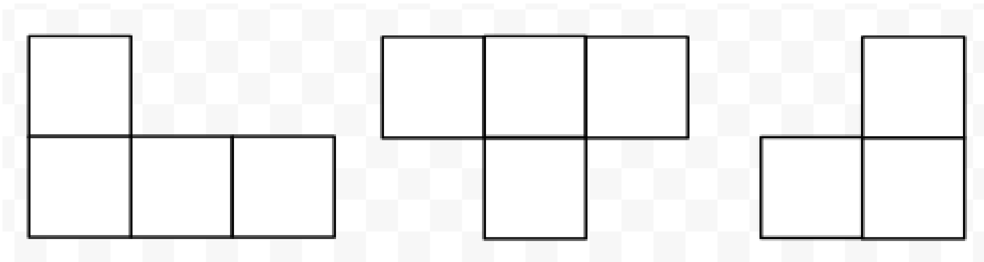
Konečná stavba:



d)
Výchozí stavba:



Konečná stavba:



Příloha 6: Přehled témat učiva geometrie u vybraných řad učebnic

Ročník	Alter	Prodos	SPN	RVP*
1.	základní rovinné a prostorové útvary a tělesa	základní rovinné a prostorové útvary a tělesa	základní rovinné a prostorové útvary a tělesa	RVP_G_1.1
		kreslení ve čtvercové síti dle vzoru		
	získávání prvních zkušeností s rýsováním			RVP_G_1.2
		propedeutika osové souměrnosti		RVP_G_1.3
		vybarvování geometrických útvarů dle vzoru		
			krychlové stavby	RVP_G_1.1
2.	rýsování úseček, trojúhelníků, čtverců a obdélníků	úsečka a její rýsování, porovnávání úseček proužkem papíru	získávání prvních zkušeností s rýsováním	RVP_G_1.1
		křivá a přímá čára	Přímá, křivá a lomená čára, bod, úsečka	
	sítě krychle a kvádru	prostorová tělesa (koule, válec, krychle, kvádr, kužel, jehlan)	Prostorová tělesa – základní pojmy (stěna, vrchol, hrana) včetně kuželu a jehlanu	RVP_G_1.1
	přímka – modelování a rýsování	dokreslování kvádru a krychle ve volném rovnoběžném promítání	dokreslování krychle ve volném rovnoběžném promítání	
	propedeutika osové souměrnosti		propedeutika osové souměrnosti	RVP_G_1.3
	vyhledávání geometrických útvarů ve složených obrazcích	vyhledávání geometrických útvarů ve složených obrazcích		RVP_G_1.1
		pohyb ve čtvercové síti	kreslení a pohyb ve čtvercové síti dle vzoru	
	měření na milimetry	měření na centimetry		RVP_G_1.2

Ročník	Alter	Prodos	SPN	RVP*
3.	Bod, přímka, úsečka, polopřímka	Průsečík přímek	Přímka, úsečka	RVP_G_1.2
		Souměrnost osová	Souměrnost osová	RVP_G_1.3
	Rovinné útvary včetně jejich rýsování	Rovinné útvary včetně jejich rýsování	Rovina a rovinné útvary včetně jejich rýsování	
	Vzájemná poloha přímek v rovině		Vzájemná poloha přímek v rovině	
	Konstrukce trojúhelníku	Konstrukce trojúhelníku	Konstrukce trojúhelníku	
	Přenášení a porovnávání úseček, střed úsečky		Přenášení a porovnávání úseček	RVP_G_1.2
		Tělesa – základní pojmy	Tělesa – základní pojmy	RVP_G_1.1
		Síť krychle		
		Plánky a mapy		
		obvod trojúhelníku		
		Jenotky délky, měření a porovnávání	Jednotky délky	RVP_G_1.2

*) Kód odkazuje na výstup v Rámcovém vzdělávacím programu ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace pro 1. období:

RVP_G_1.1: rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci

RVP_G_1.2: Porovnává velikost útvarů, měří a odhaduje délku úsečky

RVP_G_1.3: Rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině

Ročník	Alter	Prodos	SPN	RVP
4.	Rovnoběžníky		Rovnoběžníky	RVP_G_2.1
	Vzájemná poloha přímek v rovině – rovnoběžky, různoběžky, kolmice	Krychlové stavby – pohled zepředu a z boku, mapa a spotřeba krychlí	Pravý úhel,	
	Konstrukce trojúhelníku, trojúhelníková nerovnost		Konstrukce trojúhelníku, trojúhelníková nerovnost	RVP_G_2.1
	Osa úsečky a střed úsečky		Osa úsečky a střed úsečky	
	Konstrukce čtverce a obdélníku	Konstrukce obdélníku	Konstrukce čtverce a obdélníku	RVP_G_2.1
	Obvod trojúhelníku, obdélníku	Obvod trojúhelníku, čtverce a obdélníku	Obvod trojúhelníku, čtverce a obdélníku	RVP_G_2.2
	Osová souměrnost	Úhlopříčky a střed čtverce	Souměrnost osová	RVP_G_2.5
	Obsah obdélníku	Jednotkový čtverec (propedeutika obsahu)	Převody jednotek obsahu	
			Obsah čtverce a obdélníku	RVP_G_2.4
		Čtyřboký jehlan	Síť krychle a kvádru	
		Souřadnice	Povrch krychle a kvádru	

Ročník	Alter	Prodos	SPN	RVP*
5.	Konstrukce trojúhelníku		Konstrukce čtverce a obdélníku	RVP_G_2.1
	Úhlopříčky čtverce a obdélníku, jejich základní vlastnosti	Vzájemná poloha dvou přímek v prostoru	Vzájemná poloha přímek v rovině	
	Úhel, porovnávání a osa úsečky			
	Obvody obrazců		Obvody geometrických útvarů	RVP_G_2.2
	Soustava souřadná		Soustava souřadná	
		Osová a středová souměrnost	Osová souměrnost	RVP_G_2.5
	Obsah obdélníku a čtverce		Obsah čtverce a obdélníku	RVP_G_2.4
	Převádění jednotek obsahu			
	Střed úsečky a osa úsečky	Mnohostěny		
	Vlastnosti trojúhelníku	Plná, čárkovaná a čerchovaná čára		
	Vzdálenost rovnoběžek			
	Povrch krychle a kvádru	Povrch krychle a kvádru, síť krychle, trojbokého hranolu, válce, pětibokého hranolu a jehlanu	Povrch a síť krychle a kvádru	
	Krychlové stavby – pohled zepředu, shora, z boku	Půdorys a nárys	Krychlové stavby, stavba podle půdorysu	
	Pravidelné mnohoúhelníky	Obvod pravidelných mnohoúhelníků, konstrukce pravidelného šestiúhelníku		RVP_G_2.2
	Vzájemná poloha dvou kružnic	Shodnost v rovině		

*) Kód odkazuje na výstup v Rámcovém vzdělávacím programu ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace pro 2. období:

RVP_G_2.1: Narýsuje a znázorní základní rovinné útvary (čtverec, obdélník, trojúhelník a kružnici)

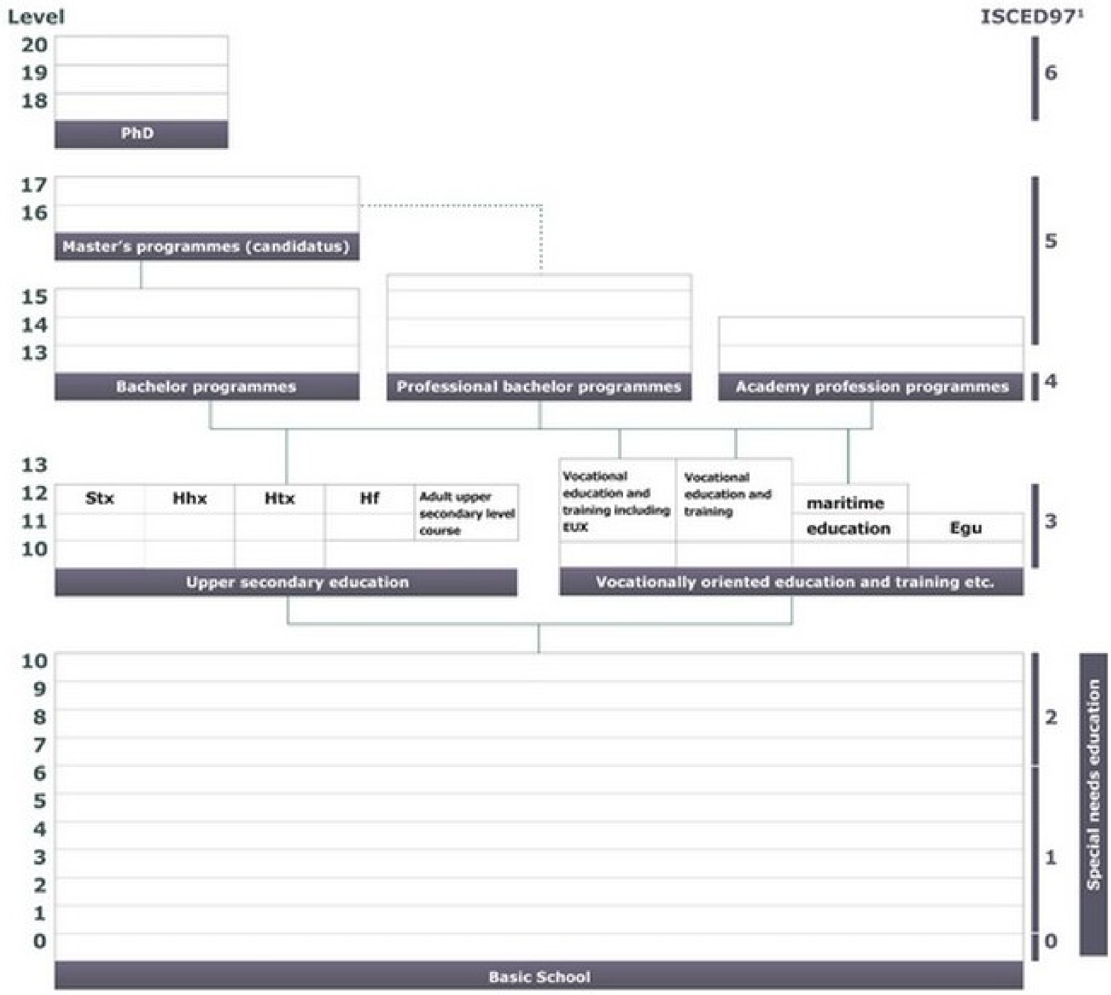
RVP_G_2.2: Sčítá a odčítá graficky úsečky; určí délku lomené čáry, obvod mnohoúhelníku sečtením délek jeho stran

RVP_G_2.3: Sestrojí rovnoběžky a kolmice

RVP_G_2.4: Určí obsah obrazce pomocí čtvercové sítě a užívá základní jednotky obsahu

RVP_G_2.5: Rozpozná a znázorní ve čtvercové síti jednoduché osově souměrné útvary a určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru

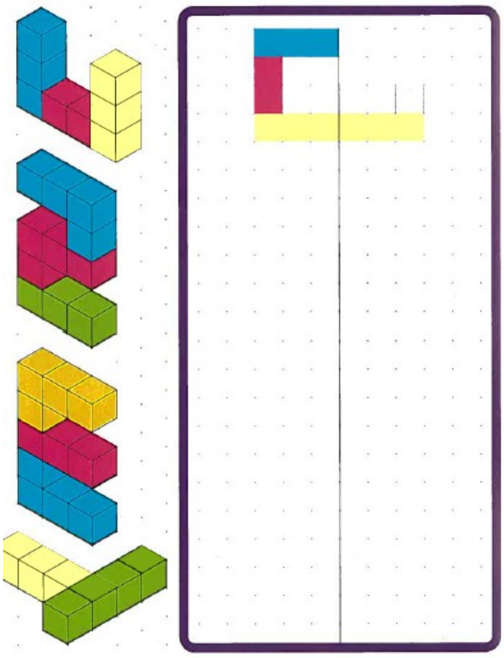
Příloha 7. - Přehled dánského vzdělávacího systému



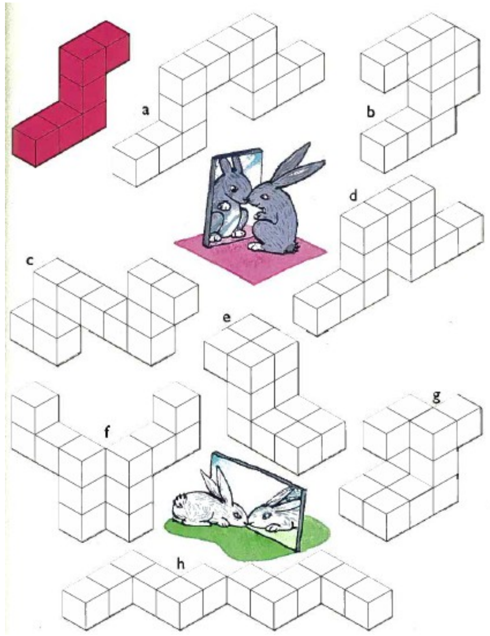
Ilustrace 42: Přehled dánského vzdělávacího systému

Obrazová příloha

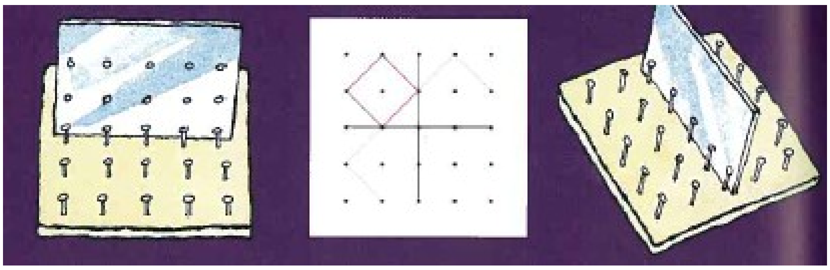
Učebnice Kolorit



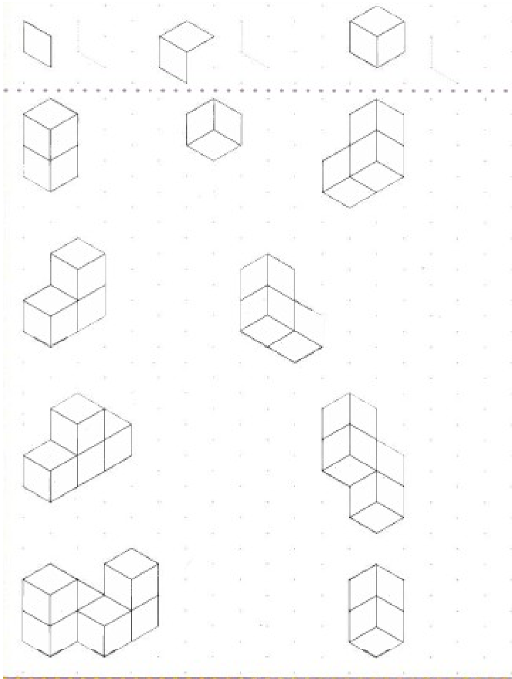
Ilustrace 43: Žáci nejprve nakreslí stavbu tak, jak je zadáno a poté nakreslí její zrcadlový obraz dle naznačené osy souměrnosti.



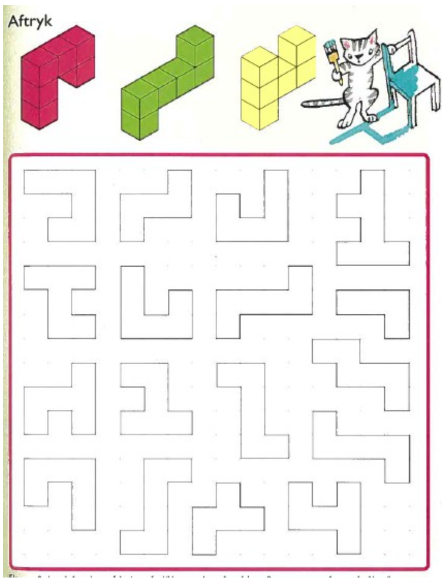
Ilustrace 44: Žáci hledají osově souměrné stavby k červené stavbě. Ukázka využití osové souměrnosti ve 3D prostoru.



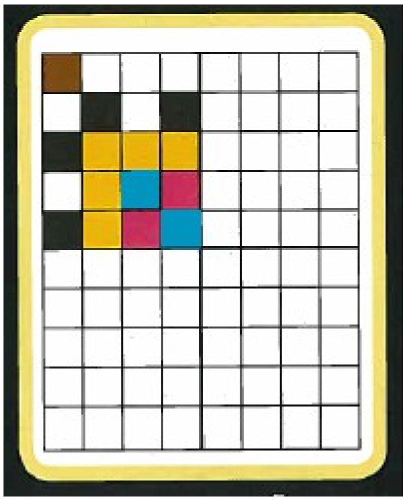
Ilustrace 45: Ukázka práce na geobordu - žák si umístí zrcátko na okraj destičky, pomocí gumičky vytvoří požadovaný útvar a pohledem do zrcátka může zkoumat odrazy. Ty pak překresluje do připraveného obrázku.



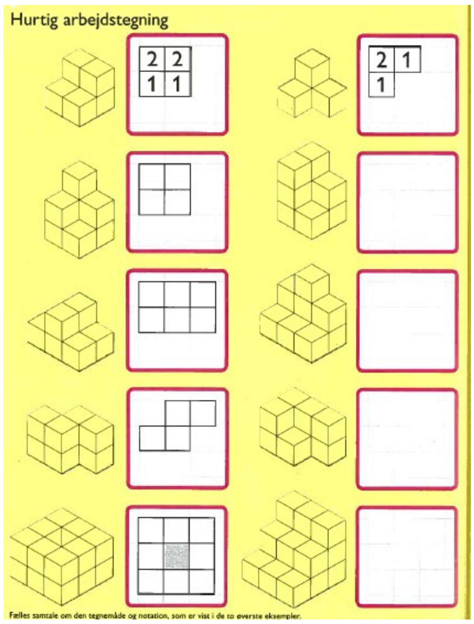
Ilustrace 47: Kresba na izometrický papír - nejprve žáci kreslí krychli, poté jednoduché krychlové stavby, kresba z podhledu i nadhledu.



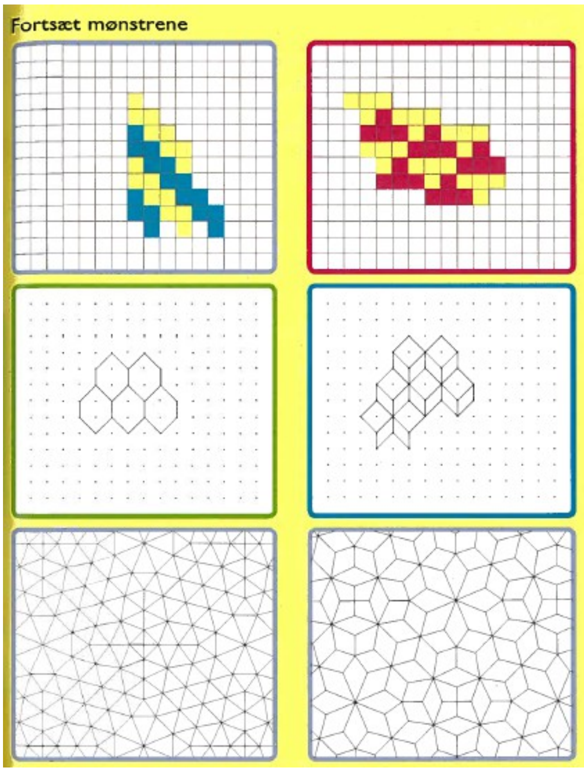
Ilustrace 49: Cvičení na rozvoj protostoré představivosti - žáci vybarvují stejnou barvu odpovídající polymina.



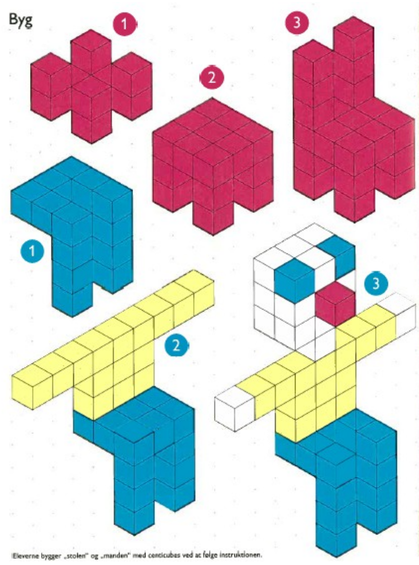
Ilustrace 46: Ukázka cvičení, které kombinuje práci se vzorem a osovou souměrnost - žáci překreslují vzor dle zadaných os souměrnosti. Kontrolu mohou provést přiložením zrcátka.



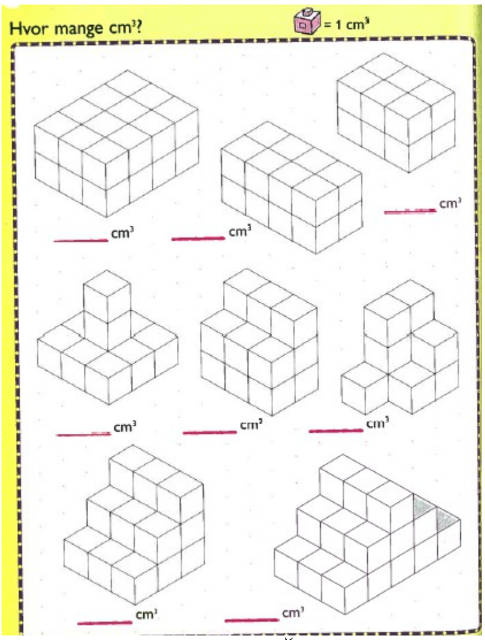
Ilustrace 48: Stavba podle plánu. Učebnice Kolorit používá stejný zápis jako české učebnice řady Prodos.



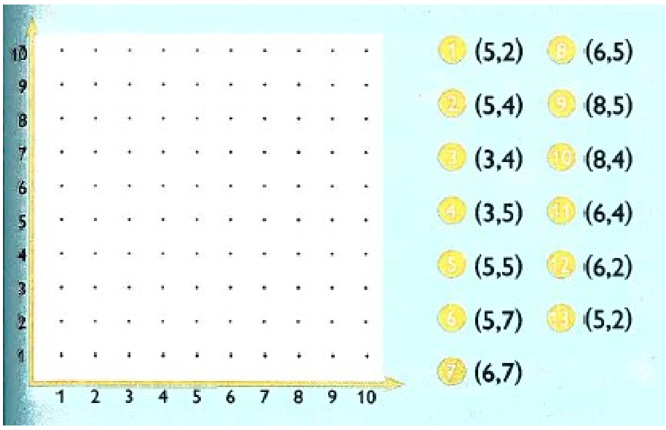
Ilustrace 50: Ukázka práce se vzory -žáci tvoří vlastní nebo dokončují již započaté. Podobých úkolů najdeme v dánských učebnicích celou řadu.



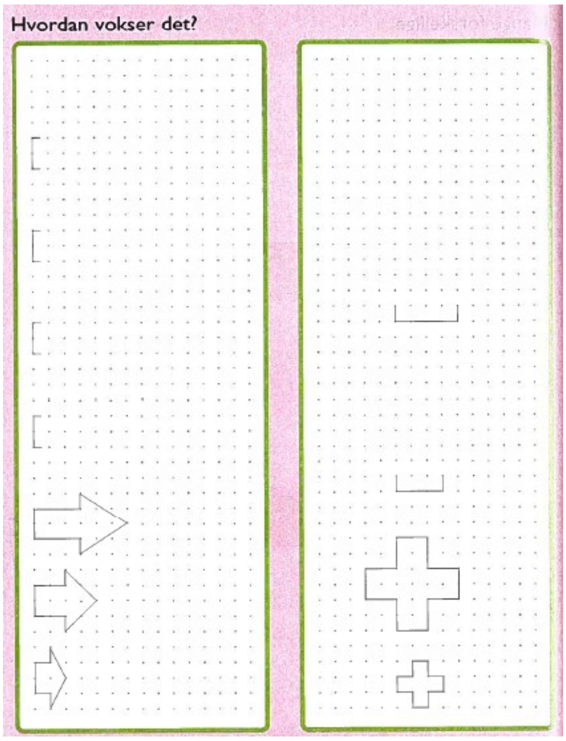
Ilustrace 51: Stavíme z centicubes - díky tomu, že tyto krychličky drží pohromadě, mohou žáci stavět opravdu nejrozmanitější tvary a věci z běžného života. Ukázka ze cvičení, které rozvíjí kromě prostorové představivosti také fantazii.



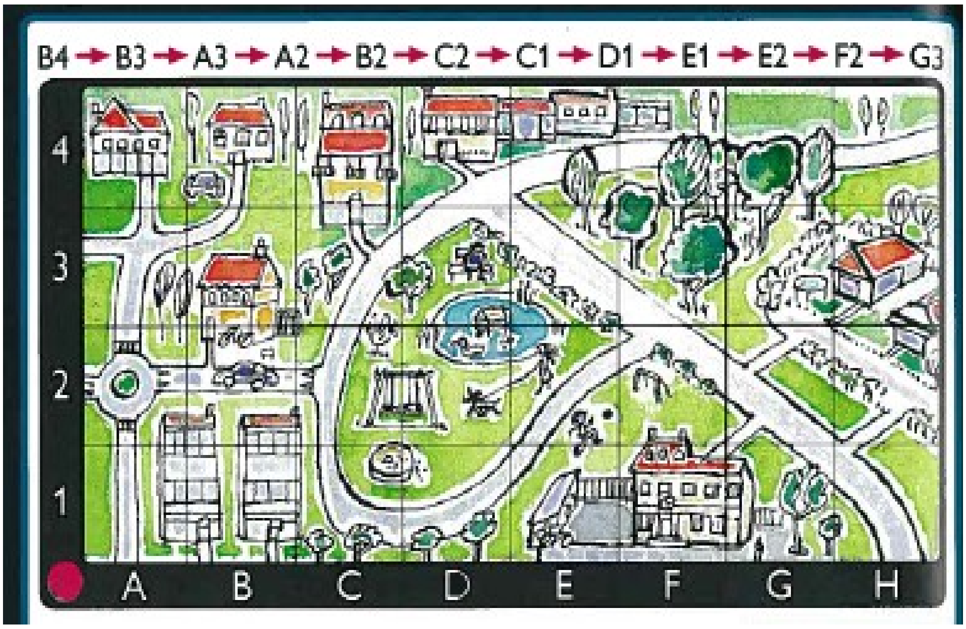
Ilustrace 52: Objem. Žáci postaví dané stavby z "centicubes". Protože každá má hranu přesně 1 cm, lze objem zjistit jednoduše spočítáním krychlí, ze kterých se stavba skládá.



Ilustrace 53: Zakódovaný obrázek - žáci zakreslí body na správné průsečíky a spojením bodů získají obrázek.

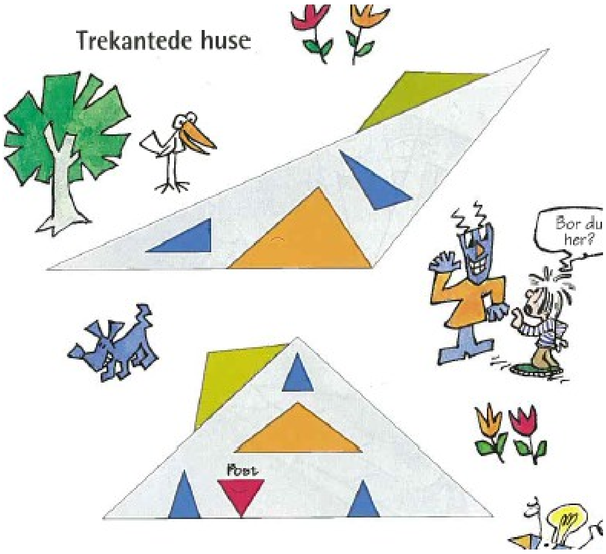


Ilustrace 54: Zvětšování tvarů v bodové čtvercové síti. Zatímco obrázek kříže se zvětšuje celý, u šipky se pouze mění její délka. Souží také k nácviku xkrát větší, xkrát menší.



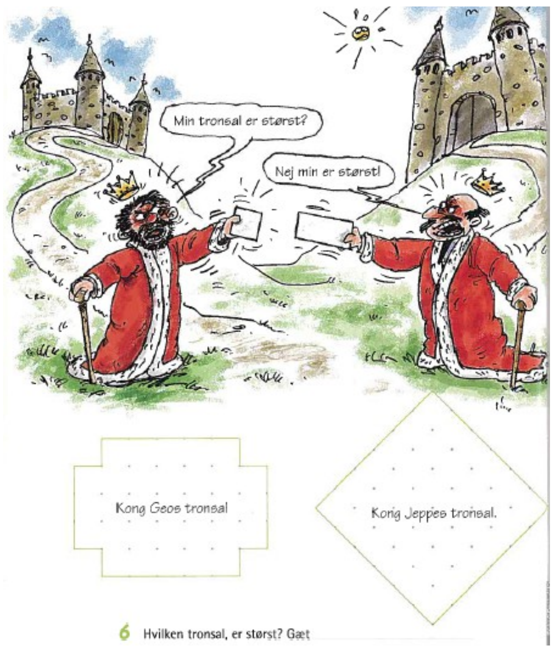
Ilustrace 55: Učivo o soustavě souřadné. Ukázka na propojení s praktickým životem.

Učebnice FlexMat

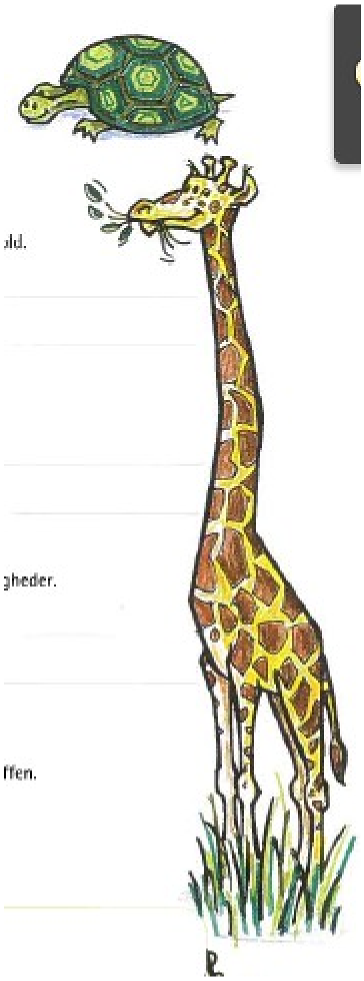


Ilustrace 57: Dům trojúhelníků - žáci mluví o vlastnostech různých trojúhelníků. Učivo je zařazeno do širšího rámce "Město".

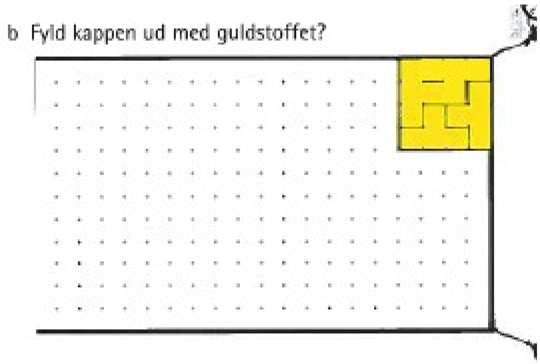
Ilustrace 58: Pozorování vzorů z každodenního života



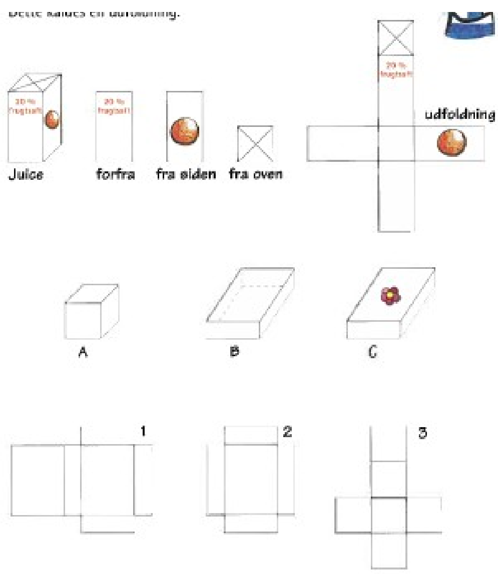
Ilustrace 56: Kdo má větší trůnní sál? Úloha zaměřená na intuitivní řešení obsahu.



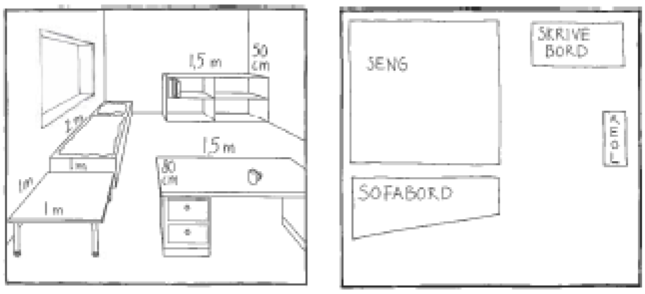
Ilustrace 60: Popište, jaký vzor má žirafa a jaký želva. Hledejte podobnosti a rozdíly



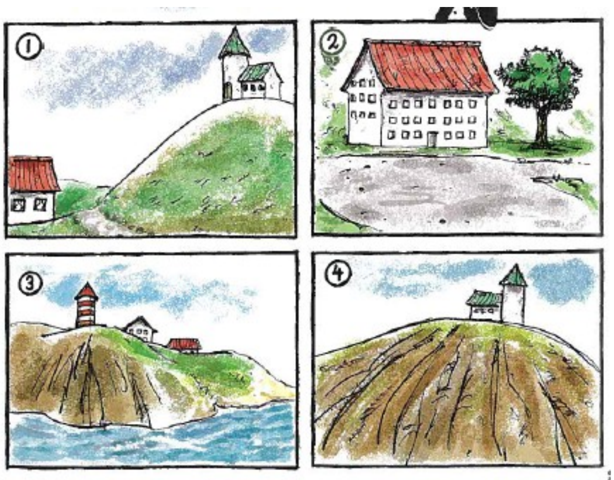
Ilustrace 59: Dláždění podlahy v hradní kapli - žáci hledají různé způsoby a vzory pokrytí.



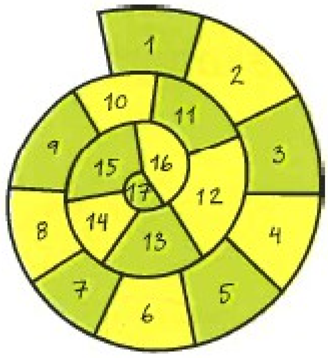
Ilustrace 61: Ukázka úlohy z tématu pracovní výkresy: krabice od džusu je nejprve zobrazena ve volném rovnoběžném promítání, poté ve třech průmětech a nakonec je zobrazena její síť.



Ilustrace 62: Další úloha z oblasti pracovních výkresů - žáci mají za úkol nakreslit svůj pokoj.



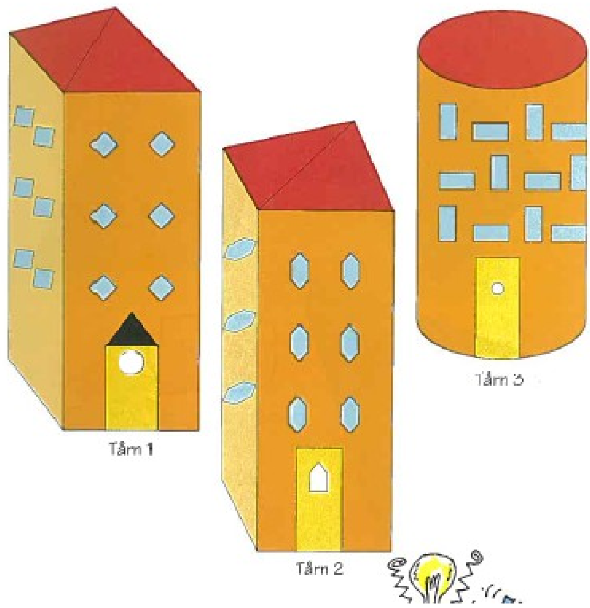
Ilustrace 63: Pohlednice z ostrova - najdeš místo, odkud byly pořízeny?



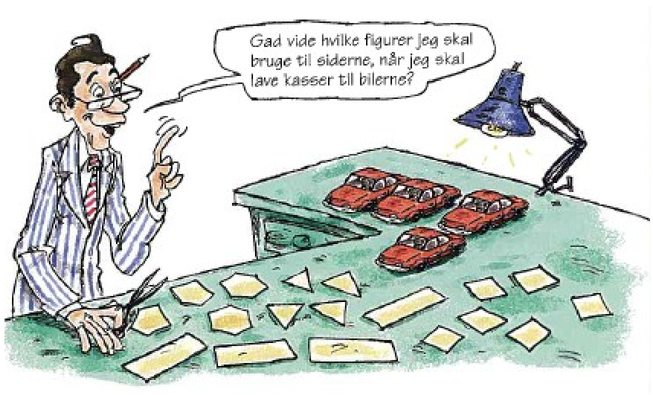
Ilustrace 64: Obrazec určený k přerýsování v terénu - obdoba českého skákacího panáka.

Ilustrace 65: Pohled na ostrov shora - žáci poté hledají, z jakého místa byly pořízeny zobrazené pohlednice a zkouší vytvářet vlastní fotografie z daných úhlů pohledu.

Ilustrace 66: Osová souměrnost - praktická ukázka na odrazu ve vodě.



Ilustrace 67: Věže s různým řešením střech



Ilustrace 68: Příprava na tvorbu sítí - žáci si nejprve z papírů vyřežou potřebné tvary a ty pak lepí dohromady.